

第7章の補遺3 逆関数が現れる事象

関数が現れる事象をいくつか紹介します。

温度を表すために、日本では一般的にセルシウス氏（摂氏）温度目盛 $^{\circ}\text{C}$ が用いられますが、アメリカなどではところによってはファーレンハイト氏（華氏）温度目盛 $^{\circ}\text{F}$ が用いられます。実数を表す変数 x, y について、摂氏で $x^{\circ}\text{C}$ である温度が華氏で $y^{\circ}\text{F}$ であるとき、 $y = \frac{9}{5}x + 32$ となります。この等式より、 $\frac{9}{5}x = y - 32$ 、 $x = \frac{5}{9}(y - 32)$ 。従って、摂氏温度の度数 x から華氏温度の度数を計算する関数 f は $f(x) = \frac{9}{5}x + 32$ で、この関数 f の逆関数 $f^{-1}(y) = \frac{5}{9}(y - 32)$ は、華氏温度の度数 y から摂氏温度の度数を計算する関数です。

軽い糸の一端を固定して他端に小さなおもりを吊るして一つの鉛直平面内で振らせるときの振り子を単振り子といいます。単振り子の糸の長さを $x\text{m}$ とし、単振り子の周期を y 秒とすると、単振り子の振れる角度が小さい³⁾とき、ほぼ $y = 2\pi\sqrt{\frac{x}{9.8}}$ となります⁴⁾。この等式より、 $y^2 = \left(2\pi\sqrt{\frac{x}{9.8}}\right)^2 = 4\pi^2\frac{x}{9.8}$ なので、 $x = \frac{9.8y^2}{4\pi^2}$ 。従って、単振り子の糸の長さ（単位は m ） x から周期（単位は秒）を計算する関数 f は $f(x) = 2\pi\sqrt{\frac{x}{9.8}}$ で、この関数 f の逆関数 $f^{-1}(y) = \frac{9.8y^2}{4\pi^2}$ ($y \geq 0$) は、単振り子の周期 y から糸の長さを計算する関数です。

インターネットなどで個人情報を送るときには、送る途中で情報が漏れることを考えて、文字列を一定の規則で変換してから送り、受け取った側で変換された文字列を元の文字列に戻します。元の文字列が分からないように別の文字列に変換することを暗号化といい、暗号化された文字列を元の文字列に戻すことを復号といいます。簡単な暗号化として、例として“各文字をアルファベットの並び順で二つ後の文字に置き換える”という暗号化を考えます。この暗号化で例えば文字列“mathematics”は文字列“ocvjgocvkeu”に変換されます。この変換された文字列を受け取った側は、“各文字をアルファベットの並び順で二つ前の文字に置き換える”という復号をして、“mathematics”に戻します。このとき、復号の処理をする関数は暗号化の処理をする関数の逆関数です。実際にはこのような簡単な暗号化では直ぐに見破られてしまうので、いかに見破られにくい暗号化の関数と復号の関数とを作るかが暗号に関する大きな研究テーマになります。

³⁾ 約 15° 以下ぐらい。

⁴⁾ 重力加速度の定数 g を用いると $y = 2\pi\sqrt{\frac{x}{g}}$ となります。