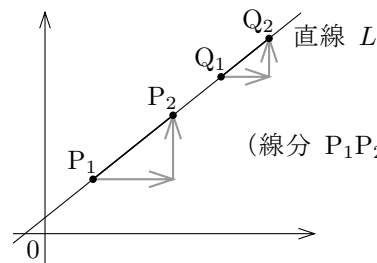
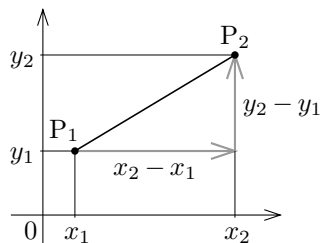


## § 4.5 1次関数のグラフ

実数  $x_1, y_1, x_2, y_2$  について、 $x_1 \neq x_2$  のとき、座標平面における点  $P_1 = (x_1, y_1)$  と点  $P_2 = (x_2, y_2)$  とを結ぶ線分  $P_1P_2$  の傾きとは  $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$  の値つまり

$\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$  の値のことで、座標平面における直線  $L$  に属す2点  $P_1$  と  $P_2$  (但し  $P_1 \neq P_2$ ) と、 $L$  に属す2点  $Q_1$  と  $Q_2$  (但し  $Q_1 \neq Q_2$ ) とについて、線分  $P_1P_2$  の傾きと線分  $Q_1Q_2$  の傾きとは(あれば)同じです。つまり、直線  $L$  に含まれる線分はどれも傾きが(あれば)同じです：これを直線  $L$  の傾きといいます。



(線分  $P_1P_2$  の傾き) = (線分  $Q_1Q_2$  の傾き) = (直線  $L$  の傾き)

**例** 座標平面において点  $(5, 7)$  と  $(2, 3)$  とが直線  $L$  に属するとき、 $L$  の傾きは  $\frac{7-3}{5-2} = \frac{4}{3}$  です。 終

**問題 4.5.1** 座標平面において点  $(3, 4)$  と  $(5, 9)$  とが直線  $L$  に属とします。  $L$  の傾きを求めなさい。

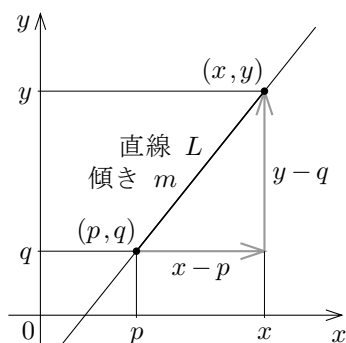
定数  $a, b$  (但し  $a \neq 0$ ) に対して変数  $x$  の1次関数  $y = ax + b$  を考えます。  $xy$  座標平面において1次関数  $y = ax + b$  のグラフは直線の部分集合です。実数  $x_1, y_1, x_2, y_2$  (但し  $x_1 \neq x_2$ ) について、点  $P_1 = (x_1, y_1)$  と  $P_2 = (x_2, y_2)$  とが1次関数  $y = ax + b$  のグラフに属するとき、 $y_1 = ax_1 + b$  かつ  $y_2 = ax_2 + b$  なので、線分  $P_1P_2$  の傾きは

$$\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{(ax_1 + b) - (ax_2 + b)}{x_1 - x_2} = \frac{a(x_1 - x_2)}{x_1 - x_2} = a.$$

このように、1次関数  $y = ax + b$  のグラフに属す相異なる2点  $P_1$  と  $P_2$  とを結ぶ線分  $P_1P_2$  の傾きは常に  $a$  です。このことから、1次関数  $y = ax + b$  のグラフは傾きが  $a$  の直線の部分集合です<sup>3)</sup>。

このように1次関数のグラフは直線の部分ですが、逆に傾きが0でない実数である直線は1次関数のグラフです。このことを示します。

定数  $m, p, q$  に対して、 $xy$  座標平面における直線  $L$  の傾きが  $m$  であり点  $(p, q)$  が  $L$  に属とします。変数  $x, y$  について、 $x \neq p$  とします。座標平面において点  $(x, y)$  が直線  $L$  に属す条件は、点  $(x, y)$  と点  $(p, q)$  とを結ぶ線分の傾き  $\frac{y - q}{x - p}$  が  $m$



になることです： $\frac{y - q}{x - p} = m$ ；この方程式を同値変形すると、 $x - p \neq 0$  なので、

$$\frac{y - q}{x - p} = m \iff y - q = m(x - p) \iff y = m(x - p) + q.$$

このようにして次のことが分かります。

**定理 4.5** 各定数  $m, p, q$  に対して、 $xy$  座標平面において傾きが  $m$  であり点  $(p, q)$  が属す直線は方程式  $y = m(x - p) + q$  で表される。

**例**  $xy$  座標平面において傾きが3であり点  $(2, 7)$  が属す直線は、方程式  $y = 3(x - 2) + 7$  つまり  $y = 3x + 1$  で表されます。 終

**問題 4.5.2**  $xy$  座標平面において傾きが  $-2$  であり点  $(3, -5)$  が属す直線を表す方程式を求めなさい。

**例**  $xy$  座標平面において点  $(2, 4)$  と点  $(5, 13)$  とが属す直線は、傾きが  $\frac{13-4}{5-2} = 3$  なので、方程式  $y = 3(x - 2) + 4$  つまり  $y = 3x - 2$  で表されます。 終

**問題 4.5.3**  $xy$  座標平面において点  $(3, 1)$  と点  $(7, 9)$  とが属す直線を表す方程式を求めなさい。

<sup>3)</sup> ここで証明は略しますが、関数のグラフに属す相異なる2点  $P_1$  と  $P_2$  とを結ぶ線分  $P_1P_2$  の傾きが一定であるとき、そのグラフは直線の部分集合です。