

## § 4.2 有理整関数

変数  $y$  が変数  $x$  の**1次関数**であるとは、 $y$  の値を  $x$  の1次式で表せることです；つまり次のようになることです：

$$y = ax + b \quad (a, b \text{ は } x \text{ と無関係な定数で } a \neq 0).$$

例えば、変数  $x$  と  $y$  について  $y = \frac{4}{3}x - \frac{5}{2}$  となるとき  $y$  は  $x$  の1次関数です。

**例題** 変数  $x$  の1次関数  $y = f(x)$  について、 $x = 1$  のとき  $y = -3$  であり、 $x = 4$  のとき  $y = 3$  であるとする。  $f(x)$  を表す  $x$  の式を求める。

【解説】  $y = f(x)$  は  $x$  の1次関数なので、 $y = ax + b$  ( $a, b$  は定数で  $a \neq 0$ ) とおく。

$$x = 1 \text{ のとき } y = -3 \text{ なので, } a + b = -3 ;$$

$$x = 4 \text{ のとき } y = 3 \text{ なので, } 4a + b = 3 ;$$

$a, b$  に関するこれらの方程式を連立して解くと、 $a = 2$  かつ  $b = -5$  .  $f(x) = ax + b$  なので、 $f(x) = 2x - 5$  . 終

**問題 4.2.1** 変数  $x$  の1次関数  $y = f(x)$  について、 $x = -2$  のとき  $y = 4$  で、 $x = 6$  のとき  $y = -2$  です。  $f(x)$  を表す  $x$  の式を求めなさい。

変数  $y$  が変数  $x$  の**2次関数**であるとは、 $y$  の値を  $x$  の2次式で表せることです；つまり次のようになることです：

$$y = ax^2 + bx + c \quad (a, b, c \text{ は } x \text{ と無関係な定数で } a \neq 0)$$

例えば、変数  $x$  と  $y$  について  $y = 2x^2 - 7x + 3$  となるとき  $y$  は  $x$  の2次関数です。

**例題** 変数  $x$  の2次関数  $y = f(x)$  について、 $x = -1$  のとき  $y = 12$  であり、 $x = 1$  のとき  $y = 4$  であり、 $x = 2$  のとき  $y = 3$  であるとする。  $f(x)$  を表す  $x$  の式を求める。

【解説】  $y = f(x)$  は  $x$  の2次関数なので、 $f(x) = ax^2 + bx + c$  ( $a, b, c$  は定数で  $a \neq 0$ ) とおく。

$$x = -1 \text{ のとき } y = 12 \text{ なので, } a - b + c = 12 ;$$

$$x = 1 \text{ のとき } y = 4 \text{ なので, } a + b + c = 4 ;$$

$$x = 2 \text{ のとき } y = 3 \text{ なので, } 4a + 2b + c = 3 ;$$

$a, b, c$  に関するこれらの方程式を連立して解くと、 $a = 1$  かつ  $b = -4$  かつ  $c = 7$  .  $f(x) = ax^2 + bx + c$  なので、 $f(x) = x^2 - 4x + 7$  . 終

**問題 4.2.2** 変数  $x$  の2次関数  $y = f(x)$  について、 $x = -1$  のとき  $y = -4$  で、 $x = 1$  のとき  $y = 6$  で、 $x = 2$  のとき  $y = 2$  です。  $f(x)$  を表す  $x$  の式を求めなさい。

変数  $x$  の関数  $y$  が3次関数であるとは、 $y$  の値を  $x$  の3次式で表せることです。一般的に、正の自然数  $n$  に対して、変数  $x$  の関数  $y$  が  $n$ 次関数であるとは、 $y$  の値を  $x$  の  $n$ 次式で表せることです。

変数  $x$  の関数  $y$  が有理整関数であるとは、 $y$  の値を  $x$  の整式で表せることです。つまり、1次関数、2次関数、3次関数、...などを併せて有理整関数といいます。

例えば、変数  $x$  の値が何であつても変数  $y$  の値が3であるとき、変数  $x$  の値を決めたとき変数  $y$  の値が唯一つに決まるので、変数  $y$  は変数  $x$  の関数です。この関数を  $y = 3$  と書き表します。この関数のように、独立変数の値にかかわらず従属変数の値が一定である関数を定数関数 (constant function) といいます。定数は整式ですから、定数関数は有理整関数です。