

### 第3章の補遺2 絶対値が現れる方程式

絶対値が現れる方程式を解くためには、実数を表す式  $A$  の絶対値の性質  $|A|^2 = A^2$  に加えて定理 3.2 を用います：任意の複素数  $\alpha$  と  $\beta$  とについて、

$$\alpha^2 = \beta^2 \text{ ならば、 } \alpha = \beta \text{ または } \alpha = -\beta .$$

**例題** 実数を表す変数  $x$  に関する方程式  $|2x-3|+7=3x$  を解く.

【解答】 方程式  $|2x-3|+7=3x$  より、

$$|2x-3|^2 = (3x-7)^2 ,$$

$$(2x-3)^2 = (3x-7)^2 ,$$

$$2x-3 = 3x-7 \text{ または } 2x-3 = -(3x-7) ,$$

従って  $x=4$  または  $x=2$  .  $x=4$  のとき  $|2x-3|+7=3x$  .  $x=2$  のとき  $|2x-3|+7 \neq 3x$  . 故に与えられた方程式の解は 4 だけである. 終

**問題 3.補遺2.1** 実数を表す変数  $x$  に関する以下の方程式を解きなさい.

$$(1) |4-x|+8=3x . \quad (2) |2x+1|+x=5 . \quad (3) |5x-3|+2=3x .$$

**例題** 実数を表す変数  $y$  に関する方程式  $2|y+3|+y=1$  を解く.

【解答】 方程式  $2|y+3|+y=1$  より、

$$2|y+3| = 1-y ,$$

$$\{2(y+3)\}^2 = (1-y)^2 ,$$

$$2(y+3) = y-1 \text{ または } 2(y+3) = 1-y ,$$

従って  $y=-7$  または  $y=-\frac{5}{3}$  .  $y=-7$  のとき  $2|y+3|+y=1$  .  $y=-\frac{5}{3}$  のとき  $2|y+3|+y=1$  . 故に与えられた方程式の解は  $-7$  と  $-\frac{5}{3}$  とである. 終

**問題 3.補遺2.2** 実数を表す変数  $y$  に関する以下の方程式を解きなさい.

$$(1) \frac{3}{2}|y-4|+5=2y . \quad (2) 3\left|\frac{y-5}{2}\right|+y=3 . \quad (3) \frac{5}{3}|1-2y|-7=2y .$$