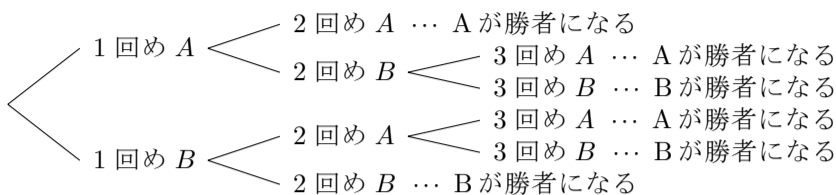


§ 11.2 樹形図

数え上げのための手段としてしばしば樹形図 (tree) といわれるものを用います.

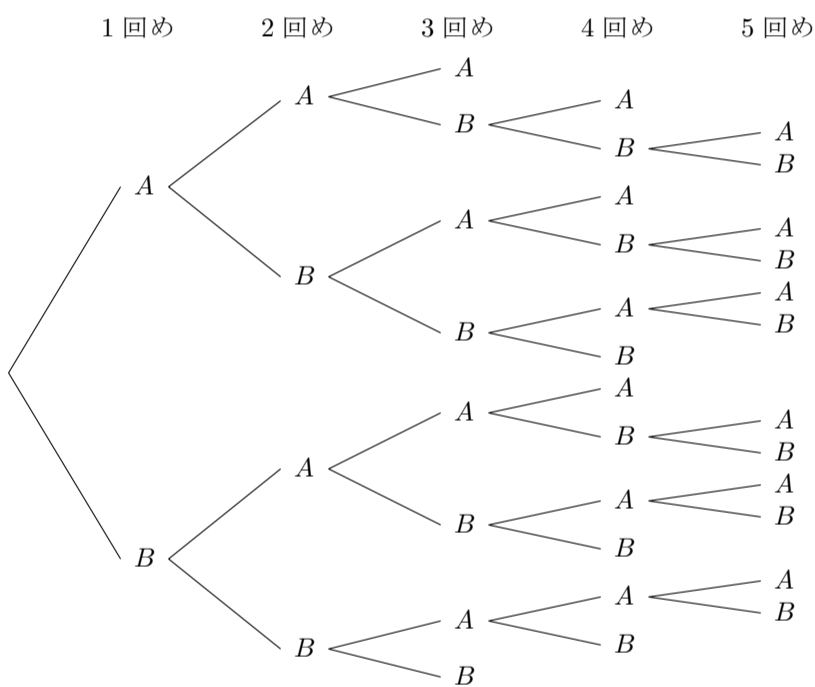
例解 AさんとBさんの2人が何回かゲームをして先に2勝した方を勝者にします. 1回のゲームでは必ずAさんとBさんのどちらかが勝ち他方が負けて, 引き分けはないものとします. 勝者が決まるまでの1回1回のゲームの勝敗について, 起こり得る場合の総数を求めます. 1回のゲームでAさんが勝つことを A と, Bさんが勝つことを B と書き表すことにします. 勝者が決まるまでの一回一回のゲームでどちらが勝つかについて, 起こり得る場合を次のような図を描いて系統的に枚挙します.



このような系統的な図を樹形図といいます. この樹形図から, 勝者が決まるまでの各ゲームの勝敗について起こり得る場合の総数は 6 であると分かります. 終

例題 AさんとBさんの2人が何回かゲームをして, 先に3勝した方が勝者になる. 1回のゲームでは必ずAさんとBさんのどちらかが勝ち他方が負けて, 引き分けはないものとする. 勝者が決まるまでの一回一回のゲームでどちらが勝つかについて, 起こり得る場合の総数を求める.

【解説】 1回のゲームでAさんが勝つことを A と, Bさんが勝つことを B と書き表す. 樹形図を描くと次のようになる.



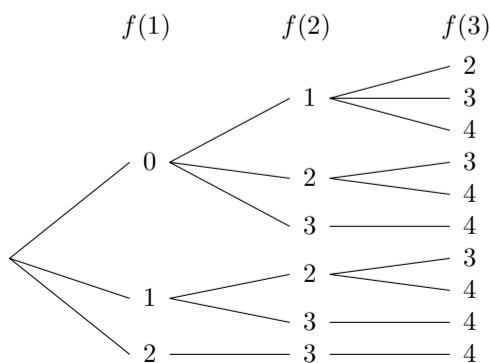
このようにして数えると, 起こり得る場合の総数は 20 である. 終

問題 11.2.1 AさんとBさんとCさんの3人で何回かゲームを行い, 最初に2勝した人を優勝者にします. 1回のゲームでは必ず3人のうちの1人が勝ち他の2人が負けて, 引き分けはないものとします. 優勝者が決まるまでの一回一回のゲームで誰が勝つかについて, 起こり得る場合の総数を求めなさい.

樹形図はしばしば写像を数え上げるために有用です.

例題 集合 $\{1,2,3\}$ から集合 $\{0,1,2,3,4\}$ への写像 f で $f(1) < f(2) < f(3)$ となるものの総数を求める.

【解説】 集合 $\{1,2,3\}$ からの写像 f を決めるということは $f(1), f(2), f(3)$ を決めることである. 条件を満たす写像 f を数え上げるための樹形図は次のようになる.



このようにして数えると, 条件を満たす写像の総数は 10 である. 終

問題 11.2.2 集合 $\{1,2,3,4\}$ から集合 $\{1,2,3\}$ への写像 f で $f(1) \leq f(2) \leq f(3) \leq f(4)$ となるものの総数を求めなさい.