

## 第0章の補遺3 必要条件と十分条件

述語  $P$  から述語  $Q$  が導かれるとき、つまり述語 “ $P$  ならば  $Q$ ” が成り立つとき、述語  $P$  は述語  $Q$  の十分条件である、あるいは、述語  $Q$  は述語  $P$  の必要条件である、といい、次のように書き表します：

$$P \implies Q.$$

**例** 次の述語を考えます：

“高専生であるならば中学校を卒業している”。

述語 “高専生である” は述語 “中学校を卒業している” の十分条件です。このことは、高専生になっているならば十分に中学校を卒業している、というような意味です。また、述語 “中学校を卒業している” は述語 “高専生である” の必要条件です。このことは、高専生であるためには中学校を卒業していることが必要である、というような意味です。 終

述語  $A$  が述語  $B$  の十分条件であるとは、 $B$  が成り立つためには  $A$  が成り立てば十分である、つまり、 $A$  が成り立つならば  $B$  も成り立つ、ということです。また、述語  $B$  が述語  $A$  の必要条件であるとは  $A$  が成り立つためには  $B$  が成り立つことが必要である、つまり、 $B$  が成り立たないと  $A$  も成り立たない、ということであり、対偶をとると、 $A$  が成り立つならば  $B$  も成り立つ、ということになります。

述語  $P$  が述語  $Q$  の必要条件であり十分条件でもあるとき、述語  $P$  は述語  $Q$  の必要十分条件であるといいます。述語  $P$  と述語  $Q$  とについて、

$P$  は  $Q$  の必要条件であり十分条件でもある

とは、

$Q$  から  $P$  が導かれ、 $P$  から  $Q$  が導かれる

ということです；つまり、 $P$  が  $Q$  の必要十分条件であるとは、 $P$  と  $Q$  とが同値であることです。