

## 第0章の補遺1 合成された命題の真偽

合成された命題の真偽を考えます。

**例解** 命題“田中君は高専の学生である”が真であるとき、その否定の命題“田中君は高専の学生でない”は偽です。命題“田中君は高専の学生である”が偽であるとき、命題“田中君は高専の学生でない”は真です。 終

一般的に命題  $A$  の否定“ $A$  でない”の真偽は次のようになります：命題  $A$  が真であるとき、その否定“ $A$  でない”は偽です； $A$  が偽であるとき、その否定“ $A$  でない”は真です。

**例解** 命題“田中君は高専生である”と命題“山田君は高校生である”とから命題“田中君は高専生であり、かつ、山田君は高校生である”ができます。“田中君は高専生である”と“山田君は高校生である”との両方が真であるとき、“田中君は高専生であり、かつ、山田君は高校生である”は真です。“田中君は高専生である”と“山田君は高校生である”とのどちらか一方でも偽であるとき、“田中君は高専生であり、かつ、山田君は高校生である”は偽です。 終

一般的に命題  $A$  と  $B$  とからできる命題“ $A$  かつ  $B$ ”の真偽は次のようになります：命題  $A$  と命題  $B$  との両方が真であるとき、命題“ $A$  かつ  $B$ ”は真です； $A$  と  $B$  との少なくとも一方が偽であるとき、“ $A$  かつ  $B$ ”は偽です。

**例解** 命題“田中君は高専生である”と命題“山田君は高校生である”とから命題“田中君は高専生であるか、または、山田君は高校生である”ができます。“田中君は高専生である”と“山田君は高校生である”とのどちらか一方でも真であるとき、“田中君は高専生であるか、または、山田君は高校生である”は真です。“田中君は高専生である”と“山田君は高校生である”との両方が偽であるとき、“田中君は高専生であるか、または、山田君は高校生である”は偽です。 終

一般的に命題  $A$  と  $B$  とからできる命題“ $A$  または  $B$ ”の真偽は次のようになります：命題  $A$  と命題  $B$  との少なくともどちらかが真であるとき、命題“ $A$  または  $B$ ”は真です； $A$  と  $B$  との両方が真であるときも“ $A$  または  $B$ ”は真です。 $A$  と  $B$  との両方が偽であるとき、命題“ $A$  または  $B$ ”は偽です。

**例解** 命題“田中君は高専生である”と命題“山田君は高校生である”とから命題“田中君が高専生であるならば山田君は高校生である”ができます。この命題は、田中君が高専生でないときは、山田君は高校生であるとも高校生でないとも述べていません。ですから、“田中君が高専生である”という命題が偽であるとき、山田君が、この命題は偽でありません。命題は真か偽かのどちらかですから、“田中君は高専生である”という命題が偽であるとき、つまり田中君が高専生でないとき、この命題“田中君が高専生であるならば山田君は高校生である”は真です。 終

一般的に命題  $A$  と  $B$  とからできる命題“ $A$  ならば  $B$ ”の真偽は次のようになります：命題  $A$  も命題  $B$  も真であるとき、命題“ $A$  ならば  $B$ ”は真です；命題  $A$  が真で命題  $B$  が偽であるとき、命題“ $A$  ならば  $B$ ”は偽です；命題  $A$  が偽のとき命題“ $A$  ならば  $B$ ”は真です。つまり次のようになります：

命題  $A$  が真で命題  $B$  が偽のとき、命題“ $A$  ならば  $B$ ”は偽；

命題  $A$  が偽かまたは命題  $B$  が真のとき、命題“ $A$  ならば  $B$ ”は真。

これまで述べたことを表にまとめると次のようになります：

$A$	$A$ でない
真	偽
偽	真

$A$	$B$	$A$ かつ $B$	$A$ または $B$	$A$ ならば $B$
真	真	真	真	真
真	偽	偽	真	偽
偽	真	偽	真	真
偽	偽	偽	偽	真

このような表を真理値表といいます。