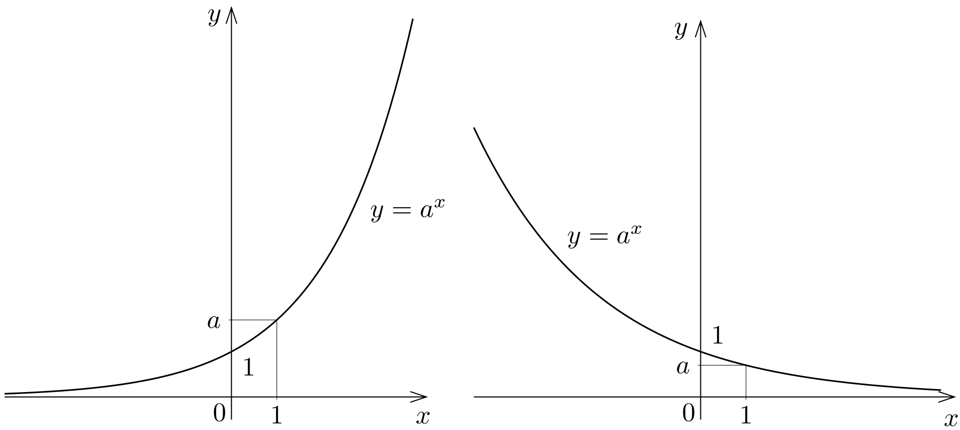
## §0.6　指数関数

定数 $a$ は実数で $a>0$ かつ $a\neq 1$ とする．任意の実数 $x$ に対して $a$ の冪 $a^x$ の値が定まる．実数 $x$ に $x$ を指数とする冪 $a^x$ を対応させる関数を，$a$ を底とする**指数関数** (exponential function) という．任意の実数 $x$ に対して指数関数の値 $a^x$ が決まるので，指数関数 $a^x$ は実数全体を定義域にできる．以後，指数関数を扱うとき，特に断りがない限り，定義域は実数全体であるとする．

冪関数と指数関数との違いに注意すること．冪関数では底が変数で指数が定数であり，指数関数では指数が変数で底が定数である．定数 $p$ と $a$ （$a>0$，$a\neq 1$）とに対して次のようになる：

$$\text{指数が } p \text{ の冪関数は } \overset{\substack{\text{指数は定数}\\ \downarrow}}{\underset{\substack{\uparrow\\ \text{底は変数}}}{x^{p}}}, \qquad \text{底が } a \text{ の指数関数は } \overset{\substack{\text{指数は変数}\\ \downarrow}}{\underset{\substack{\uparrow\\ \text{底は定数}}}{a^{x}}}.$$

定数 $a$ は実数で $a>0$，$a\neq 1$ とする．$a>1$ のときと $0<a<1$ のときに分けて，$xy$ 座標平面において指数関数 $y=a^x$ のグラフを描く．$a^0=1$，$a^1=a$ なので，点 $(0,1)$ と点 $(1,a)$ とが $y=a^x$ のグラフに属す．指数関数 $y=a^x$ のグラフは限りなく $x$ 軸に近付いていくが，$x$ 軸に接することはない．つまり，$x$ 軸は $y=a^x$ のグラフの漸近線である．




$a>1$ のときの $y=a^x$ のグラフ　　$0<a<1$ のときの $y=a^x$ のグラフ

グラフから分かるように次の定理が成り立つ．

**定理** 0.6　定数 $a$ は実数で $a>0$ かつ $a\neq 1$ とする．実数全体を定義域とする指数関数 $a^x$ の値域は区間 $(0,\infty)$ である．また，指数関数 $a^x$ は，$a>1$ のとき単調増加であり，$0<a<1$ のとき単調減少である．