

9.1 χ^2 乗分布

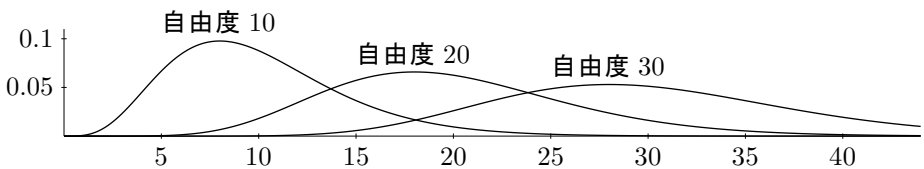
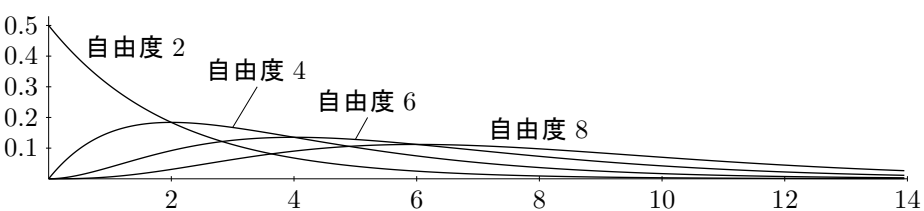
“ χ ” はギリシャ文字で “カイ” という。“ x ” よりも縦長で線を交差させて書く。

正の自然数 n 及び標準正規分布 $N(0,1)$ に従う互いに独立な n 個の確率変数 $Z_1, Z_2, Z_3, \dots, Z_n$ に対して, 確率変数

$$Z_1^2 + Z_2^2 + Z_3^2 + \dots + Z_n^2 = \sum_{k=1}^n Z_k^2$$

が従う確率分布を自由度 n の χ^2 分布 (カイ 2 乗分布) という.

χ^2 分布の確率密度関数のグラフを示す.



χ^2 分布の確率密度関数のグラフ

[定理 9.1] 2 以上の自然数 n に対して n 個の確率変数 $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ は総て同じ正規分布に従い, 互いに独立であるとする. それらの標準偏差を σ とおく. $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ の平均を表す確率変数 $\overline{X} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n X_k$ 及び $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ の偏差平方和を表す確率変数 $S = \sum_{k=1}^n (X_k - \overline{X})^2$ に対して, 確率変数 $\frac{S}{\sigma^2}$ は自由度 $n-1$ の χ^2 分布に従う.

χ^2 分布を用いる検定が幾つかあるが，本スライドではそのような検定について触れない.
