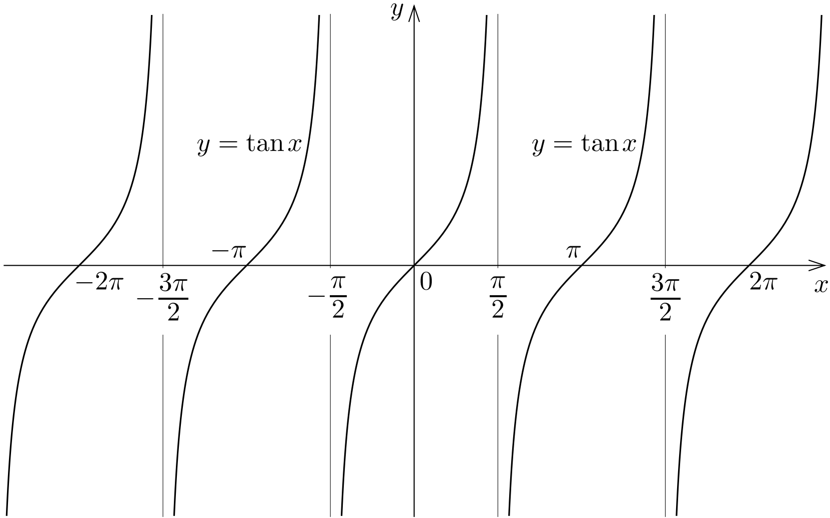
11. 拡充 1　正接関数との合成関数のグラフ

xy 座標平面における正接関数 $y = \tan x$ のグラフは次のようになる.



正接関数 $\tan x$ は奇関数なので，$y = \tan x$ のグラフは原点に関して対称な曲線である.

正の定数 a 及び定数 b に対して xy 座標平面における関数 $y = \tan(ax + b)$ のグラフを考える.

正の定数 a 及び定数 b に対して xy 座標平面における関数 $y=\tan(ax+b)$ のグラフを考える．基本周期を p とおく． $p=\dfrac{\pi}{a}$ ．

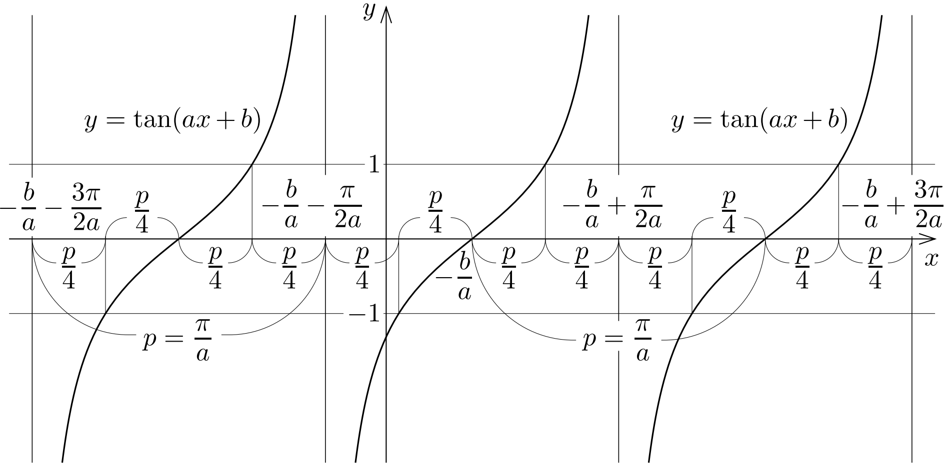
　正の定数 a 及び定数 b に対して xy 座標平面における関数 $y=\tan(ax+b)$ のグラフを考える．基本周期を p とおく． $p=\dfrac{\pi}{a}$ ．関数 $y=\tan(ax+b)$ について，グラフの 1 本の漸近線を表す方程式は， $ax+b=\dfrac{\pi}{2}$ ，つまり $x=-\dfrac{b}{a}+\dfrac{\pi}{2a}$ である．

正の定数 a 及び定数 b に対して xy 座標平面における関数 $y=\tan(ax+b)$ のグラフを考える．基本周期を p とおく． $p=\dfrac{\pi}{a}$ ．関数 $y=\tan(ax+b)$ について，グラフの 1 本の漸近線を表す方程式は， $ax+b=\dfrac{\pi}{2}$ ，つまり $x=-\dfrac{b}{a}+\dfrac{\pi}{2a}$ である．基本周期が $\dfrac{\pi}{a}$ なので，漸近線を表す方程式は， $x=-\dfrac{b}{a}+\dfrac{\pi}{2a}-\dfrac{\pi}{a}$ つまり $x=-\dfrac{b}{a}-\dfrac{\pi}{2a}$ ， $x=-\dfrac{b}{a}+\dfrac{\pi}{2a}+\dfrac{\pi}{a}$ つまり $x=-\dfrac{b}{a}+\dfrac{3\pi}{2a}$ ， $x=-\dfrac{b}{a}+\dfrac{\pi}{2a}-\dfrac{2\pi}{a}$ つまり $x=-\dfrac{b}{a}-\dfrac{3\pi}{2a}$ ，などである．

正の定数 a 及び定数 b に対して xy 座標平面における関数 $y=\tan(ax+b)$ のグラフを考える．基本周期を p とおく． $p=\dfrac{\pi}{a}$ ．関数 $y=\tan(ax+b)$ について，グラフの 1 本の漸近線を表す方程式は， $ax+b=\dfrac{\pi}{2}$ ，つまり $x=-\dfrac{b}{a}+\dfrac{\pi}{2a}$ である．基本周期が $\dfrac{\pi}{a}$ なので，漸近線を表す方程式は， $x=-\dfrac{b}{a}+\dfrac{\pi}{2a}-\dfrac{\pi}{a}$ つまり $x=-\dfrac{b}{a}-\dfrac{\pi}{2a}$ ， $x=-\dfrac{b}{a}+\dfrac{\pi}{2a}+\dfrac{\pi}{a}$ つまり $x=-\dfrac{b}{a}+\dfrac{3\pi}{2a}$ ， $x=-\dfrac{b}{a}+\dfrac{\pi}{2a}-\dfrac{2\pi}{a}$ つまり $x=-\dfrac{b}{a}-\dfrac{3\pi}{2a}$ ，などである．$ax+b=0$ つまり $x=-\dfrac{b}{a}$ のとき $y=\tan(ax+b)=\tan 0=0$ ．グラフと x 軸との 1 個の共有点の x 座標は $-\dfrac{b}{a}$ である．

正の定数 a 及び定数 b に対して xy 座標平面における関数 $y=\tan(ax+b)$ のグラフを考える．基本周期を p とおく．$p=\dfrac{\pi}{a}$ ．関数 $y=\tan(ax+b)$ について，グラフの 1 本の漸近線を表す方程式は，$ax+b=\dfrac{\pi}{2}$ ，つまり $x=-\dfrac{b}{a}+\dfrac{\pi}{2a}$ である．基本周期が $\dfrac{\pi}{a}$ なので，漸近線を表す方程式は，$x=-\dfrac{b}{a}+\dfrac{\pi}{2a}-\dfrac{\pi}{a}$ つまり $x=-\dfrac{b}{a}-\dfrac{\pi}{2a}$ ，$x=-\dfrac{b}{a}+\dfrac{\pi}{2a}+\dfrac{\pi}{a}$ つまり $x=-\dfrac{b}{a}+\dfrac{3\pi}{2a}$ ，$x=-\dfrac{b}{a}+\dfrac{\pi}{2a}-\dfrac{2\pi}{a}$ つまり $x=-\dfrac{b}{a}-\dfrac{3\pi}{2a}$ ，などである．$ax+b=0$ つまり $x=-\dfrac{b}{a}$ のとき $y=\tan(ax+b)=\tan 0=0$ ．グラフと x 軸との 1 個の共有点の x 座標は $-\dfrac{b}{a}$ である．基本周期が $\dfrac{\pi}{a}$ なので，グラフと x 軸との共有点の x 座標は，$-\dfrac{b}{a}$，$-\dfrac{b}{a}+\dfrac{\pi}{a}=\dfrac{\pi-b}{a}$ ，$-\dfrac{b}{a}-\dfrac{\pi}{a}=-\dfrac{b+\pi}{a}$ ，$-\dfrac{b}{a}+\dfrac{2\pi}{a}=\dfrac{2\pi-b}{a}$ ，$-\dfrac{b}{a}-\dfrac{2\pi}{a}=-\dfrac{b+2\pi}{a}$ などである．

xy 座標平面における関数 $y = \tan(ax + b)$ のグラフは次のようになる．基本周期は $p = \dfrac{\pi}{a}$ である．



例　xy 座標平面において関数 $y = \tan\dfrac{x-2\pi}{3}$ のグラフを描く.

例　xy 座標平面において関数 $y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}$ のグラフを描く．関数 $y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}$ の基本周期は $\pi\div\left|\dfrac{1}{3}\right|=3\pi$ である．関数 $y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}$ のグラフの漸近線の一つは方程式 $\dfrac{x-2\pi}{3}=\dfrac{\pi}{2}$ つまり $x=\dfrac{7\pi}{2}$ で表される．基本周期が 3π なので，関数 $y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}$ のグラフの漸近線の幾つかについて表す方程式は

例　xy 座標平面において関数 $y = \tan\dfrac{x-2\pi}{3}$ のグラフを描く．関数 $y = \tan\dfrac{x-2\pi}{3}$ の基本周期は $\pi \div \left|\dfrac{1}{3}\right| = 3\pi$ である．関数 $y = \tan\dfrac{x-2\pi}{3}$ のグラフの漸近線の一つは方程式 $\dfrac{x-2\pi}{3} = \dfrac{\pi}{2}$ つまり $x = \dfrac{7\pi}{2}$ で表される．基本周期が 3π なので，関数 $y = \tan\dfrac{x-2\pi}{3}$ のグラフの漸近線の幾つかについて表す方程式は

$$x = \frac{7\pi}{2}\ , \quad x = \frac{\pi}{2}\ , \quad x = -\frac{5\pi}{2}\ .$$

$\boxed{例}$　xy 座標平面において関数 $y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}$ のグラフを描く．関数 $y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}$ の基本周期は $\pi\div\left|\dfrac{1}{3}\right|=3\pi$ である．関数 $y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}$ のグラフの漸近線の一つは方程式 $\dfrac{x-2\pi}{3}=\dfrac{\pi}{2}$ つまり $x=\dfrac{7\pi}{2}$ で表される．基本周期が 3π なので，関数 $y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}$ のグラフの漸近線の幾つかについて表す方程式は

$$x=\frac{7\pi}{2}\ ,\quad x=\frac{\pi}{2}\ ,\quad x=-\frac{5\pi}{2}\ .$$

関数 $y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}$ について，$\dfrac{x-2\pi}{3}=0$ つまり $x=2\pi$ のとき，$y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}=\tan 0=0$ ．基本周期が 3π なので，関数 $y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}$ のグラフと x 軸との共有点の幾つかの x 座標は，

$$2\pi\ ,\quad 2\pi+3\pi=5\pi\ ,\quad 2\pi-3\pi=-\pi\ ,\quad 2\pi+6\pi=8\pi\ ,\quad 2\pi-6\pi=-4\pi\ .$$

正接関数 $y = \tan x$ について，$x = \dfrac{\pi}{4}$ のとき $y = \tan x = \tan \dfrac{\pi}{4} = 1$.

正接関数 $y = \tan x$ について， $x = \dfrac{\pi}{4}$ のとき $y = \tan x = \tan\dfrac{\pi}{4} = 1$ ．
関数 $y = \tan\dfrac{x-2\pi}{3}$ について， $\dfrac{x-2\pi}{3} = \dfrac{\pi}{4}$ つまり $x = \dfrac{11\pi}{4}$ のとき，
$y = \tan\dfrac{x-2\pi}{3} = \tan\dfrac{\pi}{4} = 1$ ．

正接関数 $y=\tan x$ について，$x=\dfrac{\pi}{4}$ のとき $y=\tan x=\tan\dfrac{\pi}{4}=1$ ．関数 $y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}$ について，$\dfrac{x-2\pi}{3}=\dfrac{\pi}{4}$ つまり $x=\dfrac{11\pi}{4}$ のとき，$y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}=\tan\dfrac{\pi}{4}=1$ ．基本周期が 3π なので，関数 $y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}$ のグラフの点で y 座標が 1 である点の幾つかの x 座標は，

$$\frac{11\pi}{4}\ ,\quad \frac{11\pi}{4}-3\pi=-\frac{\pi}{4}\ ,\quad \frac{11\pi}{4}-6\pi=-\frac{13\pi}{4}\ .$$

正接関数 $y=\tan x$ について，$x=\dfrac{\pi}{4}$ のとき $y=\tan x=\tan\dfrac{\pi}{4}=1$ ．

関数 $y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}$ について，$\dfrac{x-2\pi}{3}=\dfrac{\pi}{4}$ つまり $x=\dfrac{11\pi}{4}$ のとき，$y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}=\tan\dfrac{\pi}{4}=1$ ．基本周期が 3π なので，関数 $y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}$ のグラフの点で y 座標が 1 である点の幾つかの x 座標は，

$$\frac{11\pi}{4}\ ,\quad \frac{11\pi}{4}-3\pi=-\frac{\pi}{4}\ ,\quad \frac{11\pi}{4}-6\pi=-\frac{13\pi}{4}\ .$$

正接関数 $y=\tan x$ について，$x=-\dfrac{\pi}{4}$ のとき $y=\tan x=\tan\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=-1$ ．

　正接関数 $y=\tan x$ について，$x=\dfrac{\pi}{4}$ のとき $y=\tan x=\tan\dfrac{\pi}{4}=1$ ．関数 $y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}$ について，$\dfrac{x-2\pi}{3}=\dfrac{\pi}{4}$ つまり $x=\dfrac{11\pi}{4}$ のとき，$y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}=\tan\dfrac{\pi}{4}=1$ ．基本周期が 3π なので，関数 $y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}$ のグラフの点で y 座標が 1 である点の幾つかの x 座標は，

$$\frac{11\pi}{4}\ ,\quad \frac{11\pi}{4}-3\pi = -\frac{\pi}{4}\ ,\quad \frac{11\pi}{4}-6\pi = -\frac{13\pi}{4}\ .$$

　正接関数 $y=\tan x$ について，$x=-\dfrac{\pi}{4}$ のとき $y=\tan x=\tan\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=-1$ ．関数 $y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}$ について，$\dfrac{x-2\pi}{3}=-\dfrac{\pi}{4}$ つまり $x=\dfrac{5\pi}{4}$ のとき，$y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}=\tan\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=-1$ ．

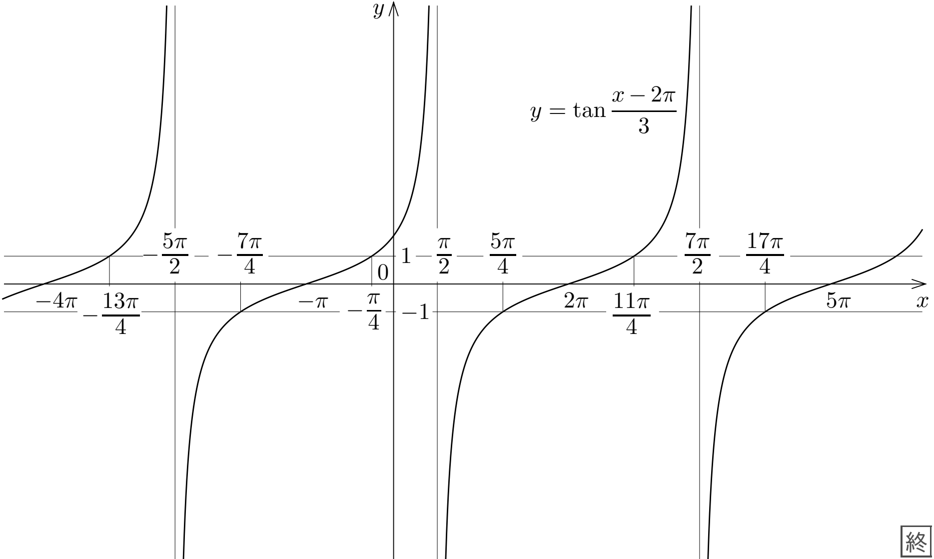
正接関数 $y=\tan x$ について, $x=\dfrac{\pi}{4}$ のとき $y=\tan x=\tan\dfrac{\pi}{4}=1$.
関数 $y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}$ について, $\dfrac{x-2\pi}{3}=\dfrac{\pi}{4}$ つまり $x=\dfrac{11\pi}{4}$ のとき,
$y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}=\tan\dfrac{\pi}{4}=1$. 基本周期が 3π なので, 関数 $y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}$ のグラフの点で y 座標が 1 である点の幾つかの x 座標は,

$$\frac{11\pi}{4}\ ,\quad \frac{11\pi}{4}-3\pi=-\frac{\pi}{4}\ ,\quad \frac{11\pi}{4}-6\pi=-\frac{13\pi}{4}\ .$$

正接関数 $y=\tan x$ について, $x=-\dfrac{\pi}{4}$ のとき $y=\tan x=\tan\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=-1$.
関数 $y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}$ について, $\dfrac{x-2\pi}{3}=-\dfrac{\pi}{4}$ つまり $x=\dfrac{5\pi}{4}$ のとき,
$y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}=\tan\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=-1$. 基本周期が 3π なので, 関数 $y=\tan\dfrac{x-2\pi}{3}$ のグラフの点で y 座標が -1 である点の幾つかの x 座標は,

$$\frac{5\pi}{4}\ ,\quad \frac{5\pi}{4}-3\pi=-\frac{7\pi}{4}\ ,\quad \frac{5\pi}{4}+3\pi=\frac{17\pi}{4}\ .$$

関数 $y = \tan \dfrac{x - 2\pi}{3}$ のグラフは次のようになる.


y
$y = \tan \frac{x-2\pi}{3}$
$-\frac{5\pi}{2}$
$-\frac{7\pi}{4}$
1
$\frac{\pi}{2}$
$\frac{5\pi}{4}$
$\frac{7\pi}{2}$
$\frac{17\pi}{4}$
0
-4π
$-\frac{13\pi}{4}$
$-\pi$
$-\frac{\pi}{4}$
-1
2π
$\frac{11\pi}{4}$
5π
x

終

$\boxed{\text{問11.拡充1}}$ xy 座標平面において関数 $y = \tan \dfrac{2x+\pi}{6}$ のグラフを描け.

基本周期は $\pi \div \left| \quad \right| =$ 　　 である. $\dfrac{2x+\pi}{6} =$ 　　 とすると $x =$ 　. グラフの漸近線の幾つかについて表す方程式は,

$$x = \quad , \quad x = \qquad , \quad x = \qquad , \quad x = \qquad .$$

$\dfrac{2x+\pi}{6} = 0$ つまり $x =$ 　　 のとき $y = \tan \dfrac{2x+\pi}{6} = \tan 0 = 0$. グラフと x 軸との共有点の幾つかの x 座標は,

$$\qquad , \qquad\qquad , \qquad\qquad , \qquad\qquad ,$$

$\boxed{\text{問}11.\text{拡充}1}$ xy 座標平面において関数 $y=\tan\dfrac{2x+\pi}{6}$ のグラフを描け.

基本周期は $\pi\div\left|\dfrac{2}{6}\right|=3\pi$ である. $\dfrac{2x+\pi}{6}=\dfrac{\pi}{2}$ とすると $x=\pi$. グラフの漸近線の幾つかについて表す方程式は,

$$x=\pi\ ,\quad x=-2\pi\ ,\quad x=4\pi\ ,\quad x=-5\pi\ .$$

$\dfrac{2x+\pi}{6}=0$ つまり $x=\dfrac{\pi}{2}$ のとき $y=\tan\dfrac{2x+\pi}{6}=\tan 0=0$. グラフと x 軸との共有点の幾つかの x 座標は,

$$-\frac{\pi}{2}\ ,\ -\frac{\pi}{2}+3\pi=\frac{5\pi}{2}\ ,\quad -\frac{\pi}{2}-3\pi=-\frac{7\pi}{2}\ ,\quad -\frac{\pi}{2}+6\pi=\frac{11\pi}{2}\ .$$

$\dfrac{2x+\pi}{6}=\dfrac{\pi}{4}$ つまり $x=$ 　　　のとき $y=\tan\dfrac{2x+\pi}{6}=\tan\dfrac{\pi}{4}=1$ ．グラフの点で y 座標が 1 の点の幾つかの x 座標は，

, 　　　, 　　　.

$\dfrac{2x+\pi}{6}=-\dfrac{\pi}{4}$ つまり $x=$ 　　　のとき $y=\tan\dfrac{2x+\pi}{6}=\tan\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=-1$ ．グラフの点で y 座標が -1 の点の幾つかの x 座標は，

, 　　　, 　　　.

関数 $y=\tan\dfrac{2x+\pi}{6}$ のグラフは次のようになる．

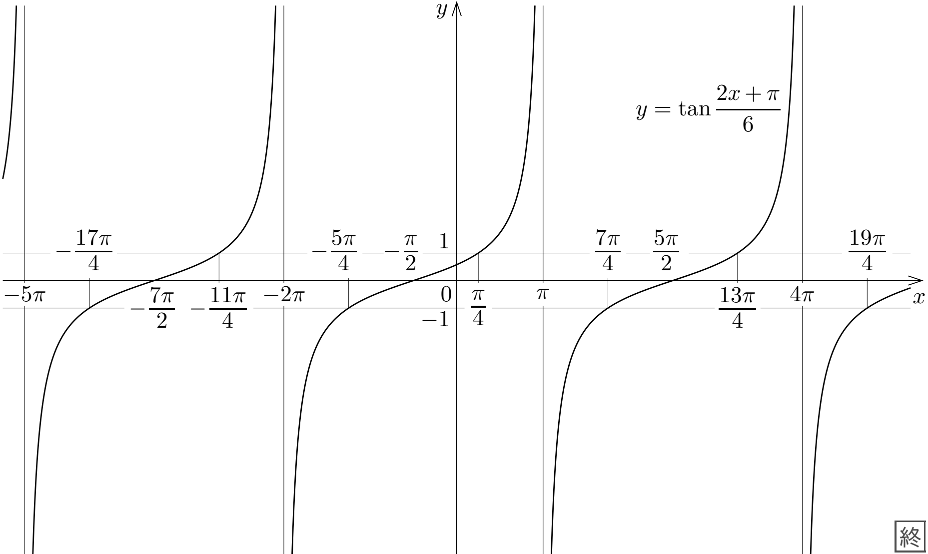
$\dfrac{2x+\pi}{6}=\dfrac{\pi}{4}$ つまり $x=\dfrac{\pi}{4}$ のとき $y=\tan\dfrac{2x+\pi}{6}=\tan\dfrac{\pi}{4}=1$ ．グラフの点で y 座標が 1 の点の幾つかの x 座標は，

$$\frac{\pi}{4}\ ,\quad \frac{\pi}{4}-3\pi\ =\ -\frac{11\pi}{4}\ ,\quad \frac{\pi}{4}+3\pi\ =\ -\frac{13\pi}{4}\ .$$

$\dfrac{2x+\pi}{6}=-\dfrac{\pi}{4}$ つまり $x=-\dfrac{5\pi}{4}$ のとき $y=\tan\dfrac{2x+\pi}{6}=\tan\left(-\dfrac{\pi}{4}\right)=-1$ ．グラフの点で y 座標が -1 の点の幾つかの x 座標は，

$$-\frac{5\pi}{4}\ ,\quad -\frac{5\pi}{4}+3\pi\ =\ \frac{7\pi}{4}\ ,\quad -\frac{5\pi}{4}-3\pi\ =\ -\frac{17\pi}{4}\ .$$

関数 $y=\tan\dfrac{2x+\pi}{6}$ のグラフは次のようになる．


$y = \tan \frac{2x+\pi}{6}$
y
x
$-\frac{17\pi}{4}$
$-\frac{5\pi}{4}$
$-\frac{\pi}{2}$
1
$\frac{7\pi}{4}$
$\frac{5\pi}{2}$
$\frac{19\pi}{4}$
-5π
$-\frac{7\pi}{2}$
$-\frac{11\pi}{4}$
-2π
0
-1
$\frac{\pi}{4}$
π
$\frac{13\pi}{4}$
4π

終