

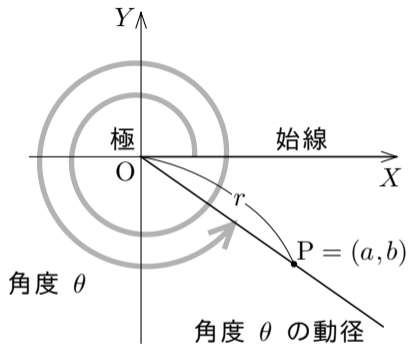
## 11.2 三角関数の定義

一般角  $\theta$  の正弦  $\sin\theta$  及び余弦  $\cos\theta$  及び正接  $\tan\theta$  をもとに，実数を表す変数  $x$  の，正弦関数  $\sin x$  及び余弦関数  $\cos x$  及び正接関数  $\tan x$  を考える．

一般角  $\theta$  の正弦  $\sin\theta$  及び余弦  $\cos\theta$  及び正接  $\tan\theta$  を定義した：  
 $XY$  座標平面において，原点  $O = (0,0)$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $\theta$  の動径に属す点  $P = (a,b)$  (但し  $P \neq O$ ) に対して  $r = \overline{OP}$  とおくととき，

$$\sin\theta = \quad , \quad \cos\theta = \quad ,$$

$$\neq 0 \text{ のとき } \tan\theta = \quad .$$

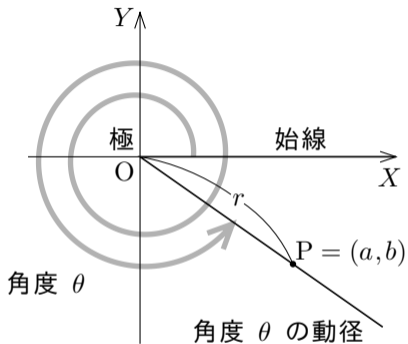


一般角  $\theta$  の正弦  $\sin\theta$  及び余弦  $\cos\theta$  及び正接  $\tan\theta$  を定義した：  
 $XY$  座標平面において，原点  $O = (0,0)$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $\theta$  の動径に属す点  $P = (a,b)$  (但し  $P \neq O$ ) に対して  $r = \overline{OP}$  とおくととき，

$$\sin\theta = \frac{b}{r}, \quad \cos\theta = \frac{a}{r},$$

$$a \neq 0 \text{ のとき } \tan\theta = \frac{b}{a}.$$

実数  $x$  に対して，一般角  $\theta$  を  $x\text{rad}$  とする.

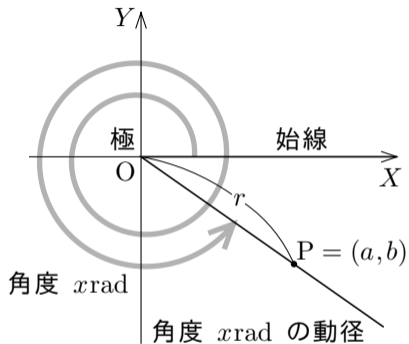


実数  $x$  に対する一般角  $x\text{rad}$  の正弦  $\sin(x\text{rad})$  及び余弦  $\cos(x\text{rad})$  及び正接  $\tan(x\text{rad})$  を定義した：

$XY$  座標平面において、原点  $O = (0,0)$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $x\text{rad}$  の動径に属す点  $P = (a,b)$  (但し  $P \neq O$ ) に対して  $r = \overline{OP}$  とおくと、

$$\sin(x\text{rad}) = \frac{b}{r}, \quad \cos(x\text{rad}) = \frac{a}{r},$$

$$a \neq 0 \text{ のとき } \tan(x\text{rad}) = \frac{b}{a}.$$

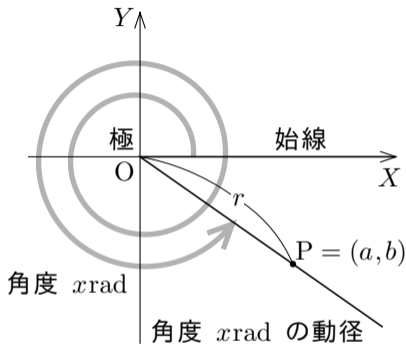


実数  $x$  に対する一般角  $x\text{rad}$  の正弦  $\sin(x\text{rad})$  及び余弦  $\cos(x\text{rad})$  及び正接  $\tan(x\text{rad})$  を定義した：

$XY$  座標平面において、原点  $O = (0,0)$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $x\text{rad}$  の動径に属す点  $P = (a,b)$  (但し  $P \neq O$ ) に対して  $r = \overline{OP}$  とおくと、

$$\sin(x\text{rad}) = \frac{b}{r}, \quad \cos(x\text{rad}) = \frac{a}{r},$$

$$a \neq 0 \text{ のとき } \tan(x\text{rad}) = \frac{b}{a}.$$



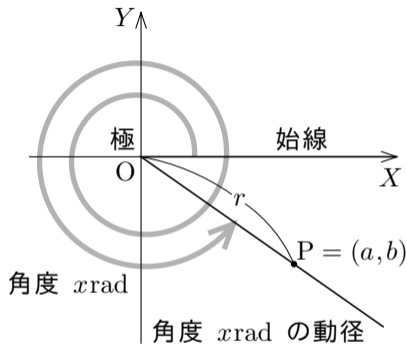
実数  $x$  に対して、正弦  $\sin(x\text{rad})$  を正弦関数の値  $\sin x$  と定め、余弦  $\cos(x\text{rad})$  を余弦関数の値  $\cos x$  と定め、正接  $\tan(x\text{rad})$  を正接関数の値  $\tan x$  と定める。

[定義] 実数  $x$  における，正弦関数の値  $\sin x$  及び余弦関数の値  $\cos x$  及び正接関数の値  $\tan x$  を次のように定義する：

$XY$  座標平面において，原点  $O = (0,0)$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $x\text{rad}$  の動径に属す点  $P = (a,b)$  (但し  $P \neq O$ ) に対して  $r = \overline{OP}$  とおくととき，

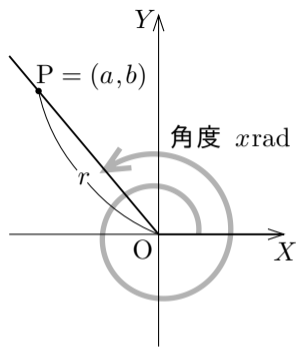
$$\sin x = \frac{b}{r}, \quad \cos x = \frac{a}{r},$$

$$a \neq 0 \text{ のとき } \tan x = \frac{b}{a}.$$

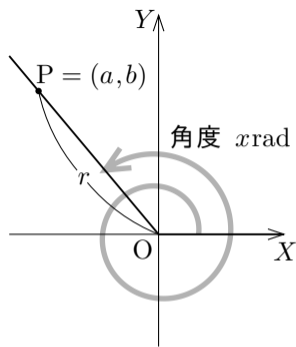


正弦関数と余弦関数と正接関数とを総称して三角関数という。

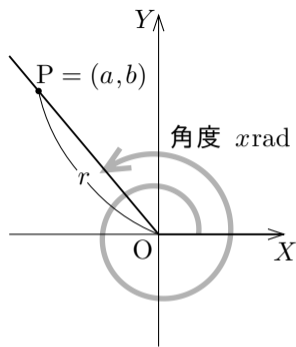
$XY$  座標平面において、実数  $x$  に対して原点  $O$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $x\text{rad}$  の動径に属する点  $P = (a, b)$  ( $P \neq O$ ) をとり、 $\overline{OP} = r$  とおく.



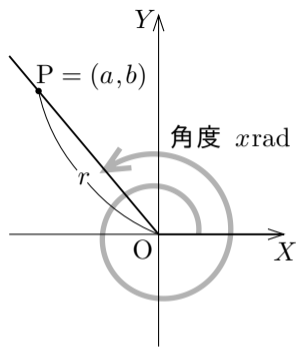
$XY$  座標平面において、実数  $x$  に対して原点  $O$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $x \text{ rad}$  の動径に属する点  $P = (a, b)$  ( $P \neq O$ ) をとり、 $\overline{OP} = r$  とおく.  $x$  における正接関数の値  $\tan x = \frac{b}{a}$  は  $a = 0$  のとき値が無い.



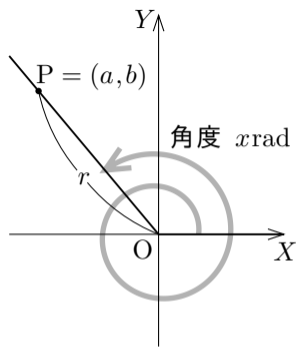
$XY$  座標平面において、実数  $x$  に対して原点  $O$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $x \text{ rad}$  の動径に属する点  $P = (a, b)$  ( $P \neq O$ ) をとり、 $\overline{OP} = r$  とおく.  $x$  における正接関数の値  $\tan x = \frac{b}{a}$  は  $a = 0$  のとき値が無い.  $a = 0$  とすると  $x$  は  $\pm\frac{\pi}{2}, \pm\frac{3\pi}{2}, \pm\frac{5\pi}{2}, \dots$  などの  $\frac{\pi}{2}$  の奇数倍である.



$XY$  座標平面において、実数  $x$  に対して原点  $O$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $x \text{ rad}$  の動径に属する点  $P = (a, b)$  ( $P \neq O$ ) をとり、 $\overline{OP} = r$  とおく.  $x$  における正接関数の値  $\tan x = \frac{b}{a}$  は  $a = 0$  のとき値が無い.  $a = 0$  とすると  $x$  は  $\pm\frac{\pi}{2}, \pm\frac{3\pi}{2}, \pm\frac{5\pi}{2}, \dots$  などの  $\frac{\pi}{2}$  の奇数倍である. 対偶をとると,  $x$  が  $\frac{\pi}{2}$  の奇数倍でないとき  $a \neq 0$ . このとき,  $\tan x = \frac{b}{a}$  の値がある.

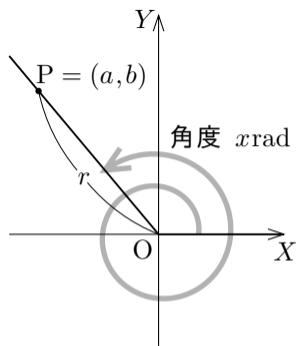


$XY$  座標平面において、実数  $x$  に対して原点  $O$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $x \text{ rad}$  の動径に属する点  $P = (a, b)$  ( $P \neq O$ ) をとり、 $\overline{OP} = r$  とおく.  $x$  における正接関数の値  $\tan x = \frac{b}{a}$  は  $a = 0$  のとき値が無い.  $a = 0$  とすると  $x$  は  $\pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3\pi}{2}, \pm \frac{5\pi}{2}, \dots$  などの  $\frac{\pi}{2}$  の奇数倍である. 対偶をとると,  $x$  が  $\frac{\pi}{2}$  の奇数倍でないとき  $a \neq 0$ . このとき,  $\tan x = \frac{b}{a}$  の値がある.



正弦関数  $\sin x$  と余弦関数  $\cos x$  については、特に断りがない限り、定義域は実数全体とする.

$XY$  座標平面において、実数  $x$  に対して原点  $O$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $x \text{ rad}$  の動径に属する点  $P = (a, b)$  ( $P \neq O$ ) をとり、 $\overline{OP} = r$  とおく.  $x$  における正接関数の値  $\tan x = \frac{b}{a}$  は  $a = 0$  のとき値が無い.  $a = 0$  とすると  $x$  は  $\pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3\pi}{2}, \pm \frac{5\pi}{2}, \dots$  などの  $\frac{\pi}{2}$  の奇数倍である. 対偶をとると,  $x$  が  $\frac{\pi}{2}$  の奇数倍でないとき  $a \neq 0$ . このとき,  $\tan x = \frac{b}{a}$  の値がある.



正弦関数  $\sin x$  と余弦関数  $\cos x$  については、特に断りがない限り、定義域は実数全体とする. また、正接関数  $\tan x$  については、特に断りがない限り、 $\frac{\pi}{2}$  の奇数倍でない実数の全体とする.

実数  $x$  における正弦関数の値  $\sin x$  は一般角  $x\text{rad}$  の正弦  $\sin(x\text{rad})$  なので

$$\sin x = \sin(x\text{rad}) .$$

実数  $x$  における正弦関数の値  $\sin x$  は一般角  $x\text{rad}$  の正弦  $\sin(x\text{rad})$  なので

$$\sin x = \sin(x\text{rad}) .$$

実数  $x$  における余弦関数の値  $\cos x$  は一般角  $x\text{rad}$  の余弦  $\cos(x\text{rad})$  なので

$$\cos x = \cos(x\text{rad}) .$$

実数  $x$  における正弦関数の値  $\sin x$  は一般角  $x\text{rad}$  の正弦  $\sin(x\text{rad})$  なので

$$\sin x = \sin(x\text{rad}) .$$

実数  $x$  における余弦関数の値  $\cos x$  は一般角  $x\text{rad}$  の余弦  $\cos(x\text{rad})$  なので

$$\cos x = \cos(x\text{rad}) .$$

実数  $x$  が  $\frac{\pi}{2}$  の奇数倍でないとき，一般角  $x\text{rad}$  は  $\frac{\pi}{2}\text{rad}$  つまり  $90^\circ$  の奇数倍でないので，正接  $\tan(x\text{rad})$  の値があり， $x$  における正接関数の値  $\tan x$  は  $x\text{rad}$  の正接  $\tan(x\text{rad})$  なので

$$\tan x = \tan(x\text{rad}) .$$

実数  $x$  における正弦関数の値  $\sin x$  は一般角  $x\text{rad}$  の正弦  $\sin(x\text{rad})$  なので

$$\sin x = \sin(x\text{rad}) .$$

実数  $x$  における余弦関数の値  $\cos x$  は一般角  $x\text{rad}$  の余弦  $\cos(x\text{rad})$  なので

$$\cos x = \cos(x\text{rad}) .$$

実数  $x$  が  $\frac{\pi}{2}$  の奇数倍でないとき，一般角  $x\text{rad}$  は  $\frac{\pi}{2}\text{rad}$  つまり  $90^\circ$  の奇数倍でないので，正接  $\tan(x\text{rad})$  の値があり， $x$  における正接関数の値  $\tan x$  は  $x\text{rad}$  の正接  $\tan(x\text{rad})$  なので

$$\tan x = \tan(x\text{rad}) .$$

まとめると。

任意の実数  $x$  について，  $\sin x = \sin(x\text{rad})$  ，  $\cos x = \cos(x\text{rad})$  .

$\frac{\pi}{2}$  の奇数倍でない任意の実数  $x$  について  $\tan x = \tan(x\text{rad})$  .

三角比は一般角  $\theta$  に正弦  $\sin\theta$  や余弦  $\cos\theta$  や正接  $\tan\theta$  を対応させる. 三角関数は実数  $x$  に正弦関数の値  $\sin x$  や余弦関数の値  $\cos x$  や正接関数の値  $\tan x$  を対応させる.

三角比は一般角  $\theta$  に正弦  $\sin\theta$  や余弦  $\cos\theta$  や正接  $\tan\theta$  を対応させる. 三角関数は実数  $x$  に正弦関数の値  $\sin x$  や余弦関数の値  $\cos x$  や正接関数の値  $\tan x$  を対応させる.

例えば,  $\sin 30^\circ$  は角度  $30^\circ$  の正弦であり,

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} = 0.5 ;$$

三角比は一般角  $\theta$  に正弦  $\sin\theta$  や余弦  $\cos\theta$  や正接  $\tan\theta$  を対応させる。三角関数は実数  $x$  に正弦関数の値  $\sin x$  や余弦関数の値  $\cos x$  や正接関数の値  $\tan x$  を対応させる。

例えば、 $\sin 30^\circ$  は角度  $30^\circ$  の正弦であり、

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2} = 0.5 ;$$

$\sin 30$  は実数  $30$  における正弦関数の値であり、

$$30\text{rad} = \frac{30}{\pi} \times \pi\text{rad} = \frac{30}{\pi} \times 180^\circ = \left(\frac{5400}{\pi}\right)^\circ \doteq 1718.87^\circ ,$$

$$\sin 30 = \sin(30\text{rad}) \doteq \sin 1718.87^\circ \doteq -0.988 .$$

$$\frac{\pi}{6} \text{rad} = \frac{1}{6} \times \quad \circ = \quad \circ \text{ なので,}$$

$$\frac{\pi}{6} \text{rad} = \frac{1}{6} \times 180^\circ = 30^\circ \quad \text{なので,}$$

$$\frac{\pi}{6} \text{rad} = \frac{1}{6} \times 180^\circ = 30^\circ \quad \text{なので,}$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \sin\left(\frac{\pi}{6} \text{rad}\right) = \sin 30^\circ = \quad ,$$

$$\cos \frac{\pi}{6} = \cos\left(\frac{\pi}{6} \text{rad}\right) = \cos 30^\circ = \quad ,$$

$$\tan \frac{\pi}{6} = \tan\left(\frac{\pi}{6} \text{rad}\right) = \tan 30^\circ = \quad .$$

$$\frac{\pi}{6} \text{rad} = \frac{1}{6} \times 180^\circ = 30^\circ \quad \text{なので,}$$

$$\sin \frac{\pi}{6} = \sin \left( \frac{\pi}{6} \text{rad} \right) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2} ,$$

$$\cos \frac{\pi}{6} = \cos \left( \frac{\pi}{6} \text{rad} \right) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} ,$$

$$\tan \frac{\pi}{6} = \tan \left( \frac{\pi}{6} \text{rad} \right) = \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} .$$

$$\frac{\pi}{4} \text{rad} = \frac{1}{4} \times \quad \circ = \quad \circ \text{ なので,}$$

$$\frac{\pi}{4} \text{rad} = \frac{1}{4} \times 180^\circ = 45^\circ \quad \text{なので,}$$

$$\frac{\pi}{4}\text{rad} = \frac{1}{4} \times 180^\circ = 45^\circ \quad \text{なので,}$$

$$\sin \frac{\pi}{4} = \sin\left(\frac{\pi}{4}\text{rad}\right) = \sin 45^\circ = \quad ,$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = \cos\left(\frac{\pi}{4}\text{rad}\right) = \cos 45^\circ = \quad ,$$

$$\tan \frac{\pi}{4} = \tan\left(\frac{\pi}{4}\text{rad}\right) = \tan 45^\circ = \quad .$$

$$\frac{\pi}{4}\text{rad} = \frac{1}{4} \times 180^\circ = 45^\circ \quad \text{なので,}$$

$$\sin \frac{\pi}{4} = \sin\left(\frac{\pi}{4}\text{rad}\right) = \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} ,$$

$$\cos \frac{\pi}{4} = \cos\left(\frac{\pi}{4}\text{rad}\right) = \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} ,$$

$$\tan \frac{\pi}{4} = \tan\left(\frac{\pi}{4}\text{rad}\right) = \tan 45^\circ = 1 .$$

$$\frac{\pi}{3} \text{rad} = \frac{1}{3} \times \quad \circ = \quad \circ \text{ なので,}$$

$$\frac{\pi}{3} \text{rad} = \frac{1}{3} \times 180^\circ = 60^\circ \quad \text{なので,}$$

$$\frac{\pi}{3}\text{rad} = \frac{1}{3} \times 180^\circ = 60^\circ \quad \text{なので,}$$

$$\sin \frac{\pi}{3} = \sin\left(\frac{\pi}{3}\text{rad}\right) = \sin 60^\circ = \quad ,$$

$$\cos \frac{\pi}{3} = \cos\left(\frac{\pi}{3}\text{rad}\right) = \cos 60^\circ = \quad ,$$

$$\tan \frac{\pi}{3} = \tan\left(\frac{\pi}{3}\text{rad}\right) = \tan 60^\circ = \quad .$$

$$\frac{\pi}{3}\text{rad} = \frac{1}{3} \times 180^\circ = 60^\circ \quad \text{なので,}$$

$$\sin \frac{\pi}{3} = \sin\left(\frac{\pi}{3}\text{rad}\right) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2},$$

$$\cos \frac{\pi}{3} = \cos\left(\frac{\pi}{3}\text{rad}\right) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2},$$

$$\tan \frac{\pi}{3} = \tan\left(\frac{\pi}{3}\text{rad}\right) = \tan 60^\circ = \sqrt{3}.$$

以下の値は憶えること.

$$\begin{aligned} \sin 0 &= \sin 0^\circ = 0, & \cos 0 &= \cos 0^\circ = 1, & \tan 0 &= \tan 0^\circ = 0; \\ \sin \frac{\pi}{6} &= \sin 30^\circ = \frac{1}{2}, & \cos \frac{\pi}{6} &= \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, & \tan \frac{\pi}{6} &= \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}; \\ \sin \frac{\pi}{4} &= \sin 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}, & \cos \frac{\pi}{4} &= \cos 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}, & \tan \frac{\pi}{4} &= \tan 45^\circ = 1; \\ \sin \frac{\pi}{3} &= \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, & \cos \frac{\pi}{3} &= \cos 60^\circ = \frac{1}{2}, & \tan \frac{\pi}{3} &= \tan 60^\circ = \sqrt{3}; \\ \sin \frac{\pi}{2} &= \sin 90^\circ = 1, & \cos \frac{\pi}{2} &= \cos 90^\circ = 0, & \tan \frac{\pi}{2} &\text{の値は無い.} \end{aligned}$$

[定理 7.4.1] 角度  $90^\circ$  の奇数倍でない任意の一般角  $\theta$  について  $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$  .

角度  $\theta$  の表現法は度数法でも弧度法でもよい.

[定理 7.4.1] 角度  $90^\circ$  の奇数倍でない任意の一般角  $\theta$  について  $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$  .

実数  $a$  が  $\frac{\pi}{2}$  の奇数倍でないとき、一般角  $a\text{rad}$  は角度  $\frac{\pi}{2}\text{rad} = 90^\circ$  の奇数倍でないので、定理 7.4.1 により

$$\tan(a\text{rad}) = \frac{\sin(a\text{rad})}{\cos(a\text{rad})} .$$

[定理 7.4.1] 角度  $90^\circ$  の奇数倍でない任意の一般角  $\theta$  について  $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$  .

実数  $a$  が  $\frac{\pi}{2}$  の奇数倍でないとき、一般角  $a\text{rad}$  は角度  $\frac{\pi}{2}\text{rad} = 90^\circ$  の奇数倍でないので、定理 7.4.1 により

$$\tan(a\text{rad}) = \frac{\sin(a\text{rad})}{\cos(a\text{rad})} .$$

$\tan(a\text{rad}) = \tan a$  ,  $\sin(a\text{rad}) = \sin a$  ,  $\cos(a\text{rad}) = \cos a$  なので

$$\tan a = \frac{\sin a}{\cos a} .$$

[定理 7.4.1] 角度  $90^\circ$  の奇数倍でない任意の一般角  $\theta$  について  $\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$  .

実数  $a$  が  $\frac{\pi}{2}$  の奇数倍でないとき、一般角  $a \text{ rad}$  は角度  $\frac{\pi}{2} \text{ rad} = 90^\circ$  の奇数倍でないので、定理 7.4.1 により

$$\tan(a \text{ rad}) = \frac{\sin(a \text{ rad})}{\cos(a \text{ rad})} .$$

$\tan(a \text{ rad}) = \tan a$  ,  $\sin(a \text{ rad}) = \sin a$  ,  $\cos(a \text{ rad}) = \cos a$  なので

$$\tan a = \frac{\sin a}{\cos a} .$$

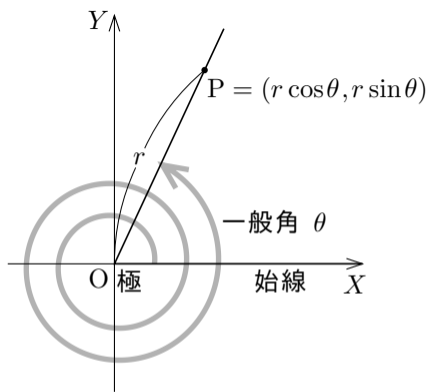
[定理 11.2.1]  $\frac{\pi}{2}$  の奇数倍でない任意の実数  $a$  について、

$$\tan a = \frac{\sin a}{\cos a} .$$

[定理 7.4.2]  $XY$  座標平面の点  $P$  について、原点  $O$  を極として  $x$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する線分  $OP$  の角度が  $\theta$  であるとき、 $\overline{OP} = r$  とおくと

$$P = (r \cos \theta, r \sin \theta) .$$

角度  $\theta$  の表現法は度数法でも弧度法でもよい.

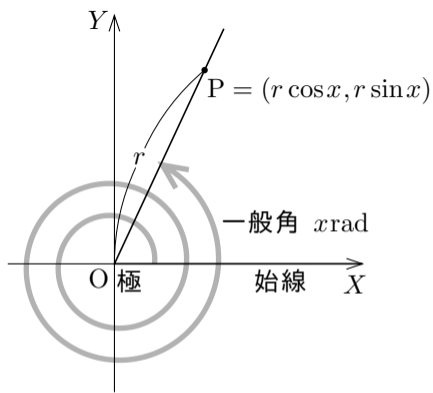


[定理 7.4.2]  $XY$  座標平面の点  $P$  について、原点  $O$  を極として  $x$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する線分  $OP$  の角度が  $\theta$  であるとき、 $\overline{OP} = r$  とおくと

$$P = (r \cos \theta, r \sin \theta) .$$

実数  $x$  に対して、始線  $OX$  に対する一般角  $x\text{rad}$  の動径に属す点  $P$  について  $r = \overline{OP}$  とおくと

$$\begin{aligned} P &= (r \cos(x\text{rad}), r \sin(x\text{rad})) \\ &= (r \cos x, r \sin x) . \end{aligned}$$

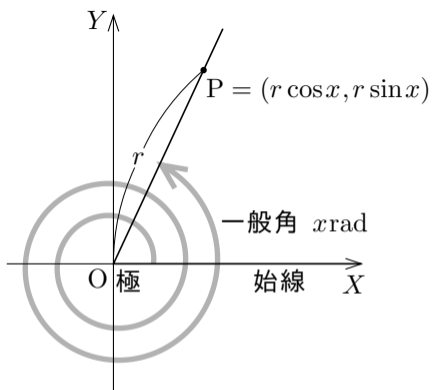


[定理 7.4.2]  $XY$  座標平面の点  $P$  について、原点  $O$  を極として  $x$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する線分  $OP$  の角度が  $\theta$  であるとき、 $\overline{OP} = r$  とおくと

$$P = (r \cos \theta, r \sin \theta) .$$

実数  $x$  に対して、始線  $OX$  に対する一般角  $x\text{rad}$  の動径に属す点  $P$  について  $r = \overline{OP}$  とおくと

$$\begin{aligned} P &= (r \cos(x\text{rad}), r \sin(x\text{rad})) \\ &= (r \cos x, r \sin x) . \end{aligned}$$



[定理 11.2.2] 実数  $x$  に対して、 $XY$  座標平面において原点  $O = (0, 0)$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する一般角  $x\text{rad}$  の動径に属す点  $P$  について  $r = \overline{OP}$  とおくと、 $P = (r \cos x, r \sin x)$  .

[定理 7.4.3] 任意の一般角  $\theta$  について,

$$-\frac{1}{2} \leq \sin \theta \leq \frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} \leq \cos \theta \leq \frac{3}{4}.$$

[定理 7.4.3] 任意の一般角  $\theta$  について,

$$-1 \leq \sin \theta \leq 1, \quad -1 \leq \cos \theta \leq 1.$$

ここで角度  $\theta$  の表現法は度数法でも弧度法でもよい.

[定理 7.4.3] 任意の一般角  $\theta$  について,

$$-1 \leq \sin \theta \leq 1, \quad -1 \leq \cos \theta \leq 1 .$$

任意の実数  $a$  に対して, 一般角  $a\text{rad}$  について定理 7.4.3 により,

$$-1 \leq \sin(a\text{rad}) \leq 1, \quad -1 \leq \cos(a\text{rad}) \leq 1 ;$$

[定理 7.4.3] 任意の一般角  $\theta$  について,

$$-1 \leq \sin \theta \leq 1, \quad -1 \leq \cos \theta \leq 1 .$$

任意の実数  $a$  に対して, 一般角  $a \text{ rad}$  について定理 7.4.3 により,

$$-1 \leq \sin(a \text{ rad}) \leq 1, \quad -1 \leq \cos(a \text{ rad}) \leq 1 ;$$

$\sin(a \text{ rad}) = \sin a$  ,  $\cos(a \text{ rad}) = \cos a$  なので,

$$-1 \leq \sin a \leq 1, \quad -1 \leq \cos a \leq 1 .$$

[定理 7.4.3] 任意の一般角  $\theta$  について,

$$-1 \leq \sin \theta \leq 1, \quad -1 \leq \cos \theta \leq 1 .$$

任意の実数  $a$  に対して, 一般角  $a \text{ rad}$  について定理 7.4.3 により,

$$-1 \leq \sin(a \text{ rad}) \leq 1, \quad -1 \leq \cos(a \text{ rad}) \leq 1 ;$$

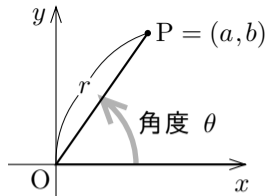
$\sin(a \text{ rad}) = \sin a$ ,  $\cos(a \text{ rad}) = \cos a$  なので,

$$-1 \leq \sin a \leq 1, \quad -1 \leq \cos a \leq 1 .$$

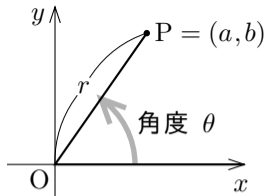
[定理 11.2.3] 任意の実数  $a$  について,

$$-1 \leq \sin a \leq 1, \quad -1 \leq \cos a \leq 1 .$$

一般角  $\theta$  に対して,  $xy$  座標平面において原点  $O = (0,0)$  と, 始線  $Ox$  に対する角度  $\theta$  の動径に属す点  $P = (a,b)$  ( $P \neq O$ ) とをとり,  $r = \overline{OP} > 0$  とおく.



一般角  $\theta$  に対して、 $xy$  座標平面において原点  $O = (0,0)$  と、始線  $Ox$  に対する角度  $\theta$  の動径に属す点  $P = (a,b)$  ( $P \neq O$ ) とをとり、 $r = \overline{OP} > 0$  とおく。  $\theta$  正弦・余弦・正接の符号は次のようになる：



$\theta$  が第 1 象限の角度のとき、 $a > 0$  かつ  $b > 0$  なので、

$$\sin \theta = \frac{b}{r} > 0, \quad \cos \theta = \frac{a}{r} > 0, \quad \tan \theta = \frac{b}{a} > 0 ;$$

$\theta$  が第 2 象限の角度のとき、 $a < 0$  かつ  $b > 0$  なので、

$$\sin \theta = \frac{b}{r} > 0, \quad \cos \theta = \frac{a}{r} < 0, \quad \tan \theta = \frac{b}{a} < 0 ;$$

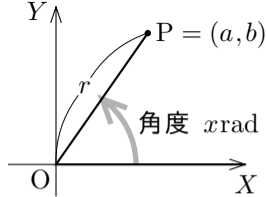
$\theta$  が第 3 象限の角度のとき、 $a < 0$  かつ  $b < 0$  なので、

$$\sin \theta = \frac{b}{r} < 0, \quad \cos \theta = \frac{a}{r} < 0, \quad \tan \theta = \frac{b}{a} > 0 ;$$

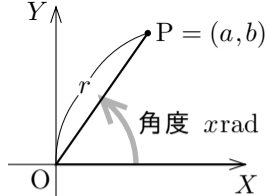
$\theta$  が第 4 象限の角度のとき、 $a > 0$  かつ  $b < 0$  なので、

$$\sin \theta = \frac{b}{r} < 0, \quad \cos \theta = \frac{a}{r} > 0, \quad \tan \theta = \frac{b}{a} < 0 .$$

実数  $x$  に対して,  $XY$  座標平面において原点  $O = (0,0)$  と, 始線  $OX$  に対する角度  $x\text{rad}$  の動径に属す点  $P = (a,b)$  ( $P \neq O$ ) とをとり,  $r = \overline{OP} > 0$  とおく.



実数  $x$  に対して、 $XY$  座標平面において原点  $O = (0,0)$  と、始線  $OX$  に対する角度  $x\text{rad}$  の動径に属す点  $P = (a,b)$  ( $P \neq O$ ) とをとり、 $r = \overline{OP} > 0$  とおく。  $x$  における正弦関数の値・余弦関数の値・正接関数の値の符号は次のようになる：



$x\text{rad}$  が第 1 象限の角度のとき、 $a > 0$  かつ  $b > 0$  なので、

$$\sin x = \frac{b}{r} > 0, \quad \cos x = \frac{a}{r} > 0, \quad \tan x = \frac{b}{a} > 0 ;$$

$x\text{rad}$  が第 2 象限の角度のとき、 $a < 0$  かつ  $b > 0$  なので、

$$\sin x = \frac{b}{r} > 0, \quad \cos x = \frac{a}{r} < 0, \quad \tan x = \frac{b}{a} < 0 ;$$

$x\text{rad}$  が第 3 象限の角度のとき、 $a < 0$  かつ  $b < 0$  なので、

$$\sin x = \frac{b}{r} < 0, \quad \cos x = \frac{a}{r} < 0, \quad \tan x = \frac{b}{a} > 0 ;$$

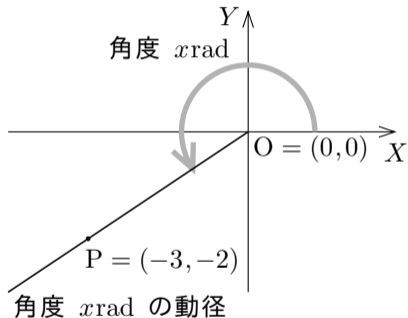
$x\text{rad}$  が第 4 象限の角度のとき、 $a > 0$  かつ  $b < 0$  なので、

$$\sin x = \frac{b}{r} < 0, \quad \cos x = \frac{a}{r} > 0, \quad \tan x = \frac{b}{a} < 0 .$$



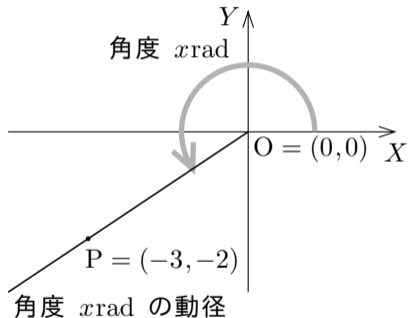
定義に従って三角関数の値を求めてみる.

例 実数  $x$  について、 $XY$  座標平面において原点  $O = (0,0)$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $x\text{rad}$  の動径に点  $P = (-3,-2)$  が属すとする。  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\tan x$  の値を求める。



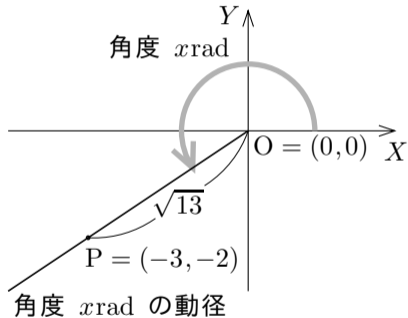
例 実数  $x$  について、 $XY$  座標平面において原点  $O = (0,0)$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $x\text{rad}$  の動径に点  $P = (-3, -2)$  が属すとする。  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\tan x$  の値を求める。

$\overline{OP} =$



例 実数  $x$  について,  $XY$  座標平面において原点  $O = (0,0)$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $x\text{rad}$  の動径に点  $P = (-3, -2)$  が属すとする.  $\sin x, \cos x, \tan x$  の値を求める.

$$\overline{OP} = \sqrt{(-3-0)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{13} .$$

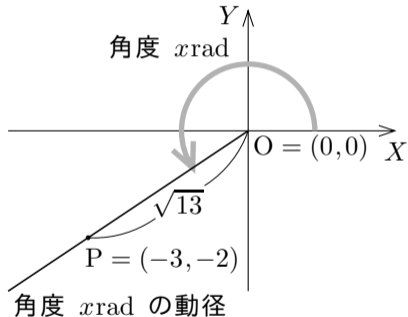


例 実数  $x$  について、 $XY$  座標平面において原点  $O = (0,0)$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $x\text{rad}$  の動径に点  $P = (-3, -2)$  が属すとする。  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\tan x$  の値を求める。

$$\overline{OP} = \sqrt{(-3-0)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{13} .$$

正弦関数・余弦関数・正接関数の定義より、

$$\sin x = \quad = \quad ,$$



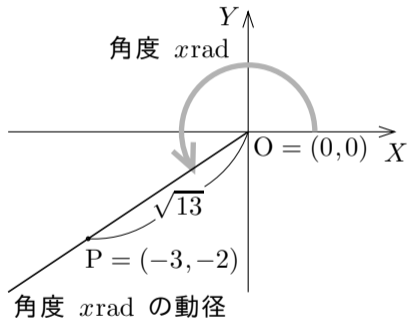
例 実数  $x$  について、 $XY$  座標平面において原点  $O = (0,0)$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $x\text{rad}$  の動径に点  $P = (-3, -2)$  が属すとする。  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\tan x$  の値を求める。

$$\overline{OP} = \sqrt{(-3-0)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{13} .$$

正弦関数・余弦関数・正接関数の定義より、

$$\sin x = \frac{-2}{\sqrt{13}} = -\frac{2}{\sqrt{13}} ,$$

$$\cos x = \frac{-3}{\sqrt{13}} = -\frac{3}{\sqrt{13}} ,$$



例 実数  $x$  について、 $XY$  座標平面において原点  $O = (0,0)$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $x\text{rad}$  の動径に点  $P = (-3, -2)$  が属すとす。  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\tan x$  の値を求め。

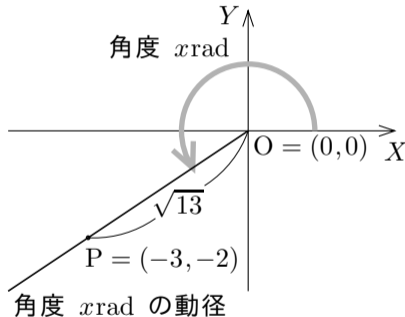
$$\overline{OP} = \sqrt{(-3-0)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{13} .$$

正弦関数・余弦関数・正接関数の定義より、

$$\sin x = \frac{-2}{\sqrt{13}} = -\frac{2}{\sqrt{13}} ,$$

$$\cos x = \frac{-3}{\sqrt{13}} = -\frac{3}{\sqrt{13}} ,$$

$$\tan x = \quad = \quad .$$



例 実数  $x$  について、 $XY$  座標平面において原点  $O = (0,0)$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $x\text{rad}$  の動径に点  $P = (-3, -2)$  が属すとす。  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\tan x$  の値を求め。

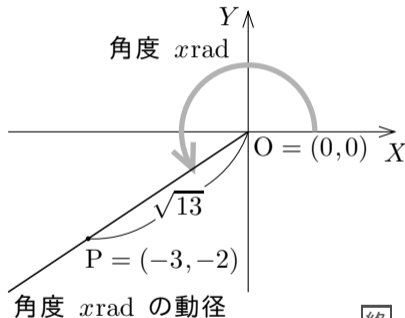
$$\overline{OP} = \sqrt{(-3-0)^2 + (-2-0)^2} = \sqrt{13} .$$

正弦関数・余弦関数・正接関数の定義より、

$$\sin x = \frac{-2}{\sqrt{13}} = -\frac{2}{\sqrt{13}} ,$$

$$\cos x = \frac{-3}{\sqrt{13}} = -\frac{3}{\sqrt{13}} ,$$

$$\tan x = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3} .$$



終

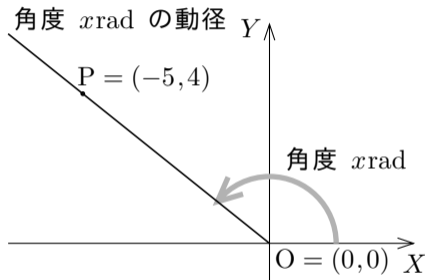
**問11.2.1** 実数  $x$  について,  $XY$  座標平面において原点  $O = (0,0)$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $x\text{rad}$  の動径に点  $P = (-5,4)$  が属すとする.  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\tan x$  の値を求めよ.

$$\overline{OP} = \sqrt{(\quad)^2 + (\quad)^2} = \quad ,$$

$$\sin x =$$

$$\cos x =$$

$$\tan x =$$



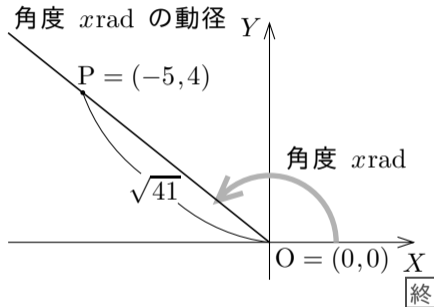
**問11.2.1** 実数  $x$  について、 $XY$  座標平面において原点  $O = (0,0)$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $x\text{rad}$  の動径に点  $P = (-5,4)$  が属すとする.  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\tan x$  の値を求めよ.

$$\overline{OP} = \sqrt{(-5-0)^2 + (4-0)^2} = \sqrt{41},$$

$$\sin x = \frac{4}{\sqrt{41}},$$

$$\cos x = \frac{-5}{\sqrt{41}} = -\frac{5}{\sqrt{41}},$$

$$\tan x = \frac{4}{-5} = -\frac{4}{5}.$$



**例** 実数  $x$  について,  $XY$  座標平面において原点  $O = (0,0)$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $x$  rad の動径に点  $P = (0,7)$  が属するとする.  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\tan x$  の値を求める.

**例** 実数  $x$  について、 $XY$  座標平面において原点  $O = (0,0)$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $x$  rad の動径に点  $P = (0,7)$  が属するとする。  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\tan x$  の値を求める。  $\overline{OP} = 7$  なので、  $\sin x = \quad = \quad$  ,  
 $\cos x = \quad = \quad$  . 点  $P$  の  $X$  座標が  $0$  なので、  $\tan x \quad$  .

例 実数  $x$  について、 $XY$  座標平面において原点  $O = (0,0)$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $x$  rad の動径に点  $P = (0,7)$  が属するとする。  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\tan x$  の値を求める。  $\overline{OP} = 7$  なので、  $\sin x = \frac{7}{7} = 1$ ,  $\cos x = \frac{0}{7} = 0$  . 点  $P$  の  $X$  座標が  $0$  なので、  $\tan x$  の値は無い。 終

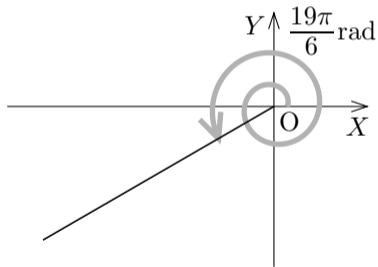
**問11.2.2** 実数  $x$  について,  $XY$  座標平面において原点  $O = (0,0)$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $x$  rad の動径に点  $P = (0, -3)$  が属すとする.  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\tan x$  の値を求めよ.

$$\overline{OP} = \quad . \quad \sin x = \quad = \quad , \quad \cos x = \quad = \quad . \quad \tan x \text{ の値は}$$

**問11.2.2** 実数  $x$  について,  $XY$  座標平面において原点  $O = (0,0)$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $x$ rad の動径に点  $P = (0, -3)$  が属すとする.  $\sin x$ ,  $\cos x$ ,  $\tan x$  の値を求めよ.

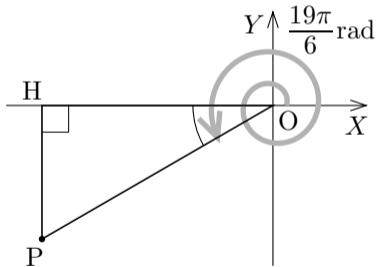
$$\overline{OP} = 3 . \quad \sin x = \frac{-3}{3} = -1 , \quad \cos x = \frac{0}{3} = 0 . \quad \tan x \text{ の値は無い.} \quad \boxed{\text{終}}$$

例  $\frac{19\pi}{6}$  における，正弦関数の値  $\sin\frac{19\pi}{6}$ ，余弦関数の値  $\cos\frac{19\pi}{6}$ ，正接関数の値  $\tan\frac{19\pi}{6}$  の各々を求める．



例  $\frac{19\pi}{6}$  における，正弦関数の値  $\sin\frac{19\pi}{6}$ ，余弦関数の値  $\cos\frac{19\pi}{6}$ ，正接関数の値  $\tan\frac{19\pi}{6}$  の各々を求める． $XY$  座標平面において，原点  $O$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $\frac{19\pi}{6}$  rad の動径に属す点  $P$  ( $P \neq O$ ) をとり，点  $P$  から  $X$  軸に下した垂線の足を  $H$  とおく．

$$\angle POH = \quad = \quad .$$



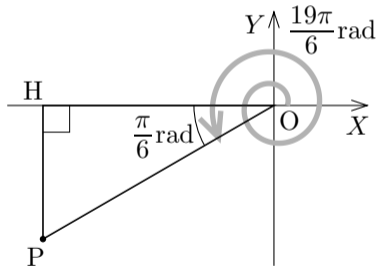
例  $\frac{19\pi}{6}$  における，正弦関数の値  $\sin\frac{19\pi}{6}$ ，余弦関数の値  $\cos\frac{19\pi}{6}$ ，正接関数の値  $\tan\frac{19\pi}{6}$  の各々を求める． $XY$  座標平面において，原点  $O$  を極として

て  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $\frac{19\pi}{6}\text{rad}$  の動径に属す点  $P$  ( $P \neq O$ ) をとり，点  $P$  から  $X$  軸に下した垂線の足を  $H$  とおく．

$$\angle POH = \frac{19\pi}{6}\text{rad} - 3\pi\text{rad} = \frac{\pi}{6}\text{rad} .$$

直角三角形  $OPH$  において，

$$\overline{PH} : \overline{OP} : \overline{OH} = \quad : \quad : \quad .$$



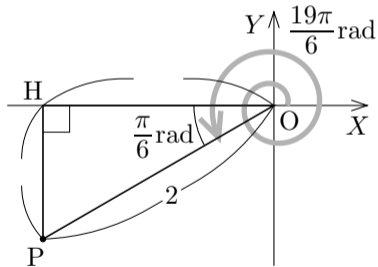
例  $\frac{19\pi}{6}$  における，正弦関数の値  $\sin\frac{19\pi}{6}$ ，余弦関数の値  $\cos\frac{19\pi}{6}$ ，正接関数の値  $\tan\frac{19\pi}{6}$  の各々を求める． $XY$  座標平面において，原点  $O$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $\frac{19\pi}{6}\text{rad}$  の動径に属す点  $P$  ( $P \neq O$ ) をとり，点  $P$  から  $X$  軸に下した垂線の足を  $H$  とおく．

$$\angle POH = \frac{19\pi}{6}\text{rad} - 3\pi\text{rad} = \frac{\pi}{6}\text{rad} .$$

直角三角形  $OPH$  において，

$$\overline{PH} : \overline{OP} : \overline{OH} = 1 : 2 : \sqrt{3} .$$

$\overline{OP} = 2$  とする．  $\overline{OH} =$  ，  $\overline{PH} =$  ．



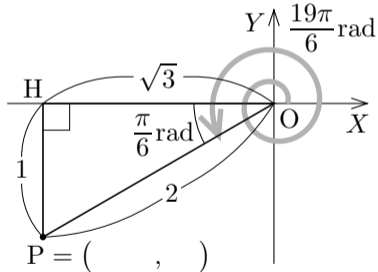
例  $\frac{19\pi}{6}$  における，正弦関数の値  $\sin\frac{19\pi}{6}$ ，余弦関数の値  $\cos\frac{19\pi}{6}$ ，正接関数の値  $\tan\frac{19\pi}{6}$  の各々を求める． $XY$  座標平面において，原点  $O$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $\frac{19\pi}{6}\text{rad}$  の動径に属す点  $P$  ( $P \neq O$ ) をとり，点  $P$  から  $X$  軸に下した垂線の足を  $H$  とおく．

$$\angle POH = \frac{19\pi}{6}\text{rad} - 3\pi\text{rad} = \frac{\pi}{6}\text{rad} .$$

直角三角形  $OPH$  において，

$$\overline{PH} : \overline{OP} : \overline{OH} = 1 : 2 : \sqrt{3} .$$

$\overline{OP} = 2$  とする． $\overline{OH} = \sqrt{3}$ ， $\overline{PH} = 1$ ．点  $P$  は第 3 象限に属すので  $P = ( \quad , \quad )$  .



例  $\frac{19\pi}{6}$  における，正弦関数の値  $\sin\frac{19\pi}{6}$ ，余弦関数の値  $\cos\frac{19\pi}{6}$ ，正接関数の値  $\tan\frac{19\pi}{6}$  の各々を求める． $XY$  座標平面において，原点  $O$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $\frac{19\pi}{6}\text{rad}$  の動径に属す点  $P$  ( $P \neq O$ ) をとり，点  $P$  から  $X$  軸に下した垂線の足を  $H$  とおく．

$$\angle POH = \frac{19\pi}{6}\text{rad} - 3\pi\text{rad} = \frac{\pi}{6}\text{rad} .$$

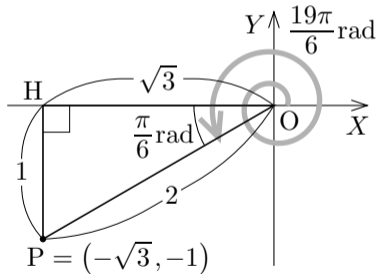
直角三角形  $OPH$  において，

$$\overline{PH} : \overline{OP} : \overline{OH} = 1 : 2 : \sqrt{3} .$$

$\overline{OP} = 2$  とする． $\overline{OH} = \sqrt{3}$ ， $\overline{PH} = 1$ ．点  $P$  は第3象限に属すので  $P = (-\sqrt{3}, -1)$ ．

よって，

$$\sin\frac{19\pi}{6} = \quad = \quad ,$$



例  $\frac{19\pi}{6}$  における，正弦関数の値  $\sin\frac{19\pi}{6}$ ，余弦関数の値  $\cos\frac{19\pi}{6}$ ，正接関数の値  $\tan\frac{19\pi}{6}$  の各々を求める． $XY$  座標平面において，原点  $O$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $\frac{19\pi}{6}\text{rad}$  の動径に属す点  $P$  ( $P \neq O$ ) をとり，点  $P$  から  $X$  軸に下した垂線の足を  $H$  とおく．

$$\angle POH = \frac{19\pi}{6}\text{rad} - 3\pi\text{rad} = \frac{\pi}{6}\text{rad} .$$

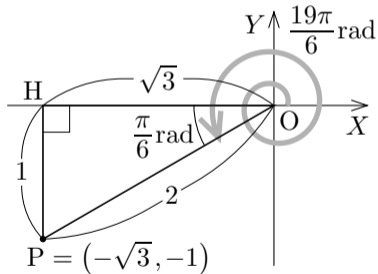
直角三角形  $OPH$  において，

$$\overline{PH} : \overline{OP} : \overline{OH} = 1 : 2 : \sqrt{3} .$$

$\overline{OP} = 2$  とする． $\overline{OH} = \sqrt{3}$ ， $\overline{PH} = 1$ ．点  $P$  は第3象限に属すので  $P = (-\sqrt{3}, -1)$ ．

よって，

$$\sin\frac{19\pi}{6} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}, \quad \cos\frac{19\pi}{6} = \frac{-\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \tan\frac{19\pi}{6} = \frac{-1}{-\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} .$$



例  $\frac{19\pi}{6}$  における，正弦関数の値  $\sin\frac{19\pi}{6}$ ，余弦関数の値  $\cos\frac{19\pi}{6}$ ，正接関数の値  $\tan\frac{19\pi}{6}$  の各々を求める． $XY$  座標平面において，原点  $O$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $\frac{19\pi}{6}\text{rad}$  の動径に属す点  $P$  ( $P \neq O$ ) をとり，点  $P$  から  $X$  軸に下した垂線の足を  $H$  とおく．

$$\angle POH = \frac{19\pi}{6}\text{rad} - 3\pi\text{rad} = \frac{\pi}{6}\text{rad} .$$

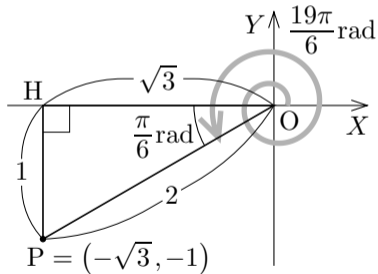
直角三角形  $OPH$  において，

$$\overline{PH} : \overline{OP} : \overline{OH} = 1 : 2 : \sqrt{3} .$$

$\overline{OP} = 2$  とする． $\overline{OH} = \sqrt{3}$ ， $\overline{PH} = 1$ ．点  $P$  は第3象限に属すので  $P = (-\sqrt{3}, -1)$ ．

よって，

$$\sin\frac{19\pi}{6} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}, \quad \cos\frac{19\pi}{6} = \frac{-\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \tan\frac{19\pi}{6} = \frac{-1}{-\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} .$$



例  $\frac{19\pi}{6}$  における，正弦関数の値  $\sin\frac{19\pi}{6}$ ，余弦関数の値  $\cos\frac{19\pi}{6}$ ，正接関数の値  $\tan\frac{19\pi}{6}$  の各々を求める． $XY$  座標平面において，原点  $O$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $\frac{19\pi}{6}$  rad の動径に属す点  $P$  ( $P \neq O$ ) をとり，点  $P$  から  $X$  軸に下した垂線の足を  $H$  とおく．

$$\angle POH = \frac{19\pi}{6} \text{ rad} - 3\pi \text{ rad} = \frac{\pi}{6} \text{ rad} .$$

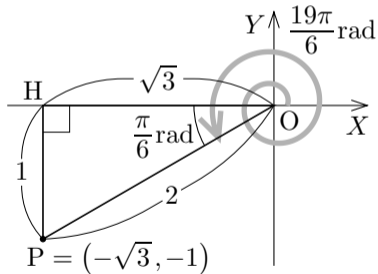
直角三角形  $OPH$  において，

$$\overline{PH} : \overline{OP} : \overline{OH} = 1 : 2 : \sqrt{3} .$$

$\overline{OP} = 2$  とする． $\overline{OH} = \sqrt{3}$ ， $\overline{PH} = 1$ ．点  $P$  は第 3 象限に属すので  $P = (-\sqrt{3}, -1)$ ．

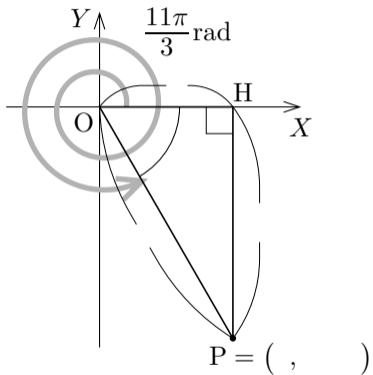
よって，

$$\sin\frac{19\pi}{6} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}, \quad \cos\frac{19\pi}{6} = \frac{-\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \tan\frac{19\pi}{6} = \frac{-1}{-\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} . \quad \boxed{\text{終}}$$



**問11.2.3**  $\frac{11\pi}{3}$  における，正弦関数の値  $\sin\frac{11\pi}{3}$ ，余弦関数の値  $\cos\frac{11\pi}{3}$ ，正接関数の値  $\tan\frac{11\pi}{3}$  を求めよ．

$XY$  座標平面において，原点  $O$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $\frac{11\pi}{3}$  rad の動径に属す点  $P$  ( $P \neq O$ ) をとり，点  $P$  から  $X$  軸に下した垂線の足を  $H$  とおく．



$$\angle POH = \quad = \quad .$$

$\overline{OP} =$  とする．直角三角形  $OPH$  を考えると， $\overline{OH} =$  ，  $\overline{PH} =$  ．  $P = ($  ，  $)$  なので，

$$\sin\frac{11\pi}{3} = \quad = \quad , \quad \cos\frac{11\pi}{3} = \quad , \quad \tan\frac{11\pi}{3} = \quad = \quad .$$

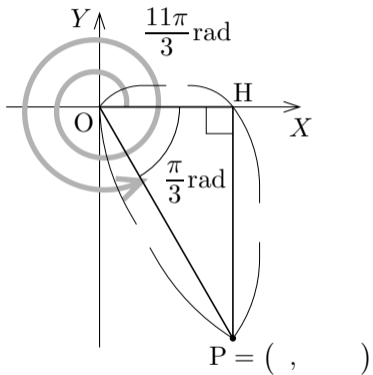
**問11.2.3**  $\frac{11\pi}{3}$  における，正弦関数の値  $\sin\frac{11\pi}{3}$ ，余弦関数の値  $\cos\frac{11\pi}{3}$ ，正接関数の値  $\tan\frac{11\pi}{3}$  を求めよ．

$XY$  座標平面において，原点  $O$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $\frac{11\pi}{3}\text{rad}$  の動径に属す点  $P$  ( $P \neq O$ ) をとり，点  $P$  から  $X$  軸に下した垂線の足を  $H$  とおく．

$$\angle POH = 4\pi\text{rad} - \frac{11\pi}{3}\text{rad} = \frac{\pi}{3}\text{rad} .$$

$\overline{OP} =$  とする．直角三角形  $OPH$  を考えると， $\overline{OH} =$  ，  $\overline{PH} =$  ．  $P = ($  ，  $)$  なので，

$$\sin\frac{11\pi}{3} = \quad = \quad , \quad \cos\frac{11\pi}{3} = \quad , \quad \tan\frac{11\pi}{3} = \quad = \quad .$$



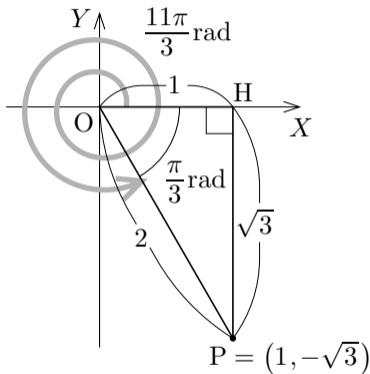
**問11.2.3**  $\frac{11\pi}{3}$  における，正弦関数の値  $\sin\frac{11\pi}{3}$ ，余弦関数の値  $\cos\frac{11\pi}{3}$ ，正接関数の値  $\tan\frac{11\pi}{3}$  を求めよ．

$XY$  座標平面において，原点  $O$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $\frac{11\pi}{3}\text{rad}$  の動径に属す点  $P$  ( $P \neq O$ ) をとり，点  $P$  から  $X$  軸に下した垂線の足を  $H$  とおく．

$$\angle POH = 4\pi\text{rad} - \frac{11\pi}{3}\text{rad} = \frac{\pi}{3}\text{rad} .$$

$\overline{OP} = 2$  とする．直角三角形  $OPH$  を考えると， $\overline{OH} = 1$ ， $\overline{PH} = \sqrt{3}$ ． $P = (1, -\sqrt{3})$  なので，

$$\sin\frac{11\pi}{3} = \quad = \quad , \quad \cos\frac{11\pi}{3} = \quad , \quad \tan\frac{11\pi}{3} = \quad = \quad .$$



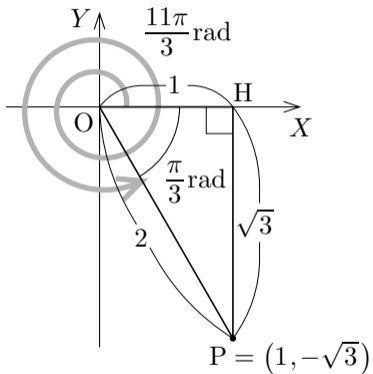
**問11.2.3**  $\frac{11\pi}{3}$  における，正弦関数の値  $\sin\frac{11\pi}{3}$ ，余弦関数の値  $\cos\frac{11\pi}{3}$ ，正接関数の値  $\tan\frac{11\pi}{3}$  を求めよ．

$XY$  座標平面において，原点  $O$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $\frac{11\pi}{3}$  rad の動径に属す点  $P$  ( $P \neq O$ ) をとり，点  $P$  から  $X$  軸に下した垂線の足を  $H$  とおく．

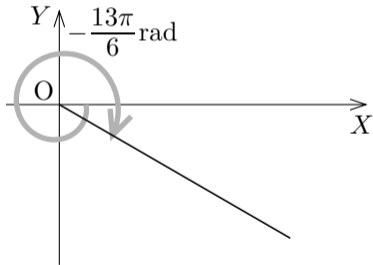
$$\angle POH = 4\pi \text{rad} - \frac{11\pi}{3} \text{rad} = \frac{\pi}{3} \text{rad} .$$

$\overline{OP} = 2$  とする．直角三角形  $OPH$  を考えると， $\overline{OH} = 1$ ， $\overline{PH} = \sqrt{3}$ ． $P = (1, -\sqrt{3})$  なので，

$$\sin\frac{11\pi}{3} = \frac{-\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2} , \quad \cos\frac{11\pi}{3} = \frac{1}{2} , \quad \tan\frac{11\pi}{3} = \frac{-\sqrt{3}}{1} = -\sqrt{3} .$$

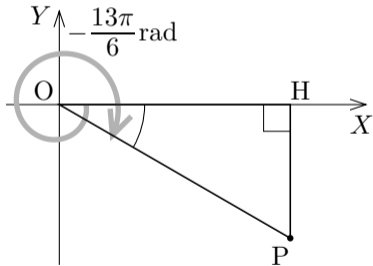


例  $-\frac{13\pi}{6}$  における，正弦関数の値  $\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，余弦関数の値  $\cos\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，正接関数の値  $\tan\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$  の各々を求める．



例  $-\frac{13\pi}{6}$  における，正弦関数の値  $\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，余弦関数の値  $\cos\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，正接関数の値  $\tan\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$  の各々を求める． $XY$  座標平面において，原点  $O$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $-\frac{13\pi}{6}$  rad の動径に属す点  $P$  ( $P \neq O$ ) をとり，点  $P$  から  $X$  軸に下した垂線の足を  $H$  とおく．

$\angle POH =$

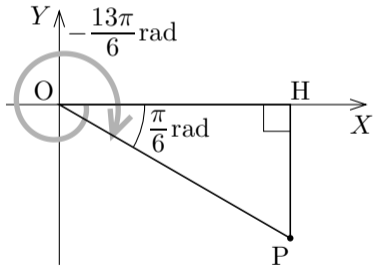


例  $-\frac{13\pi}{6}$  における，正弦関数の値  $\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，余弦関数の値  $\cos\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，正接関数の値  $\tan\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$  の各々を求める． $XY$  座標平面において，原点  $O$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $-\frac{13\pi}{6}$  rad の動径に属す点  $P$  ( $P \neq O$ ) をとり，点  $P$  から  $X$  軸に下した垂線の足を  $H$  とおく．

$$\angle POH = \frac{13\pi}{6} \text{ rad} - 2\pi \text{ rad} = \frac{\pi}{6} \text{ rad} .$$

直角三角形  $OPH$  において

$$\overline{HP} : \overline{PO} : \overline{OH} = \quad : \quad : \quad .$$



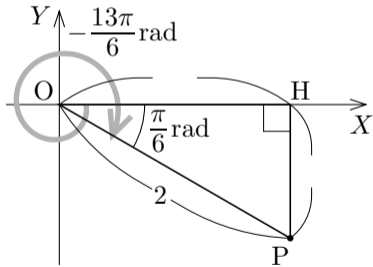
例  $-\frac{13\pi}{6}$  における，正弦関数の値  $\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，余弦関数の値  $\cos\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，正接関数の値  $\tan\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$  の各々を求める． $XY$  座標平面において，原点  $O$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $-\frac{13\pi}{6}$  rad の動径に属す点  $P$  ( $P \neq O$ ) をとり，点  $P$  から  $X$  軸に下した垂線の足を  $H$  とおく．

$$\angle POH = \frac{13\pi}{6} \text{ rad} - 2\pi \text{ rad} = \frac{\pi}{6} \text{ rad} .$$

直角三角形  $OPH$  において

$$\overline{HP} : \overline{PO} : \overline{OH} = 1 : 2 : \sqrt{3} .$$

$\overline{OP} = 2$  とする．  $\overline{OH} =$  ，  $\overline{PH} =$  ．



例  $-\frac{13\pi}{6}$  における，正弦関数の値  $\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，余弦関数の値  $\cos\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，正接関数の値  $\tan\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$  の各々を求める． $XY$  座標平面において，原点  $O$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $-\frac{13\pi}{6}$  rad の動径に属す点  $P$  ( $P \neq O$ ) をとり，点  $P$  から  $X$  軸に下した垂線の足を  $H$  とおく．

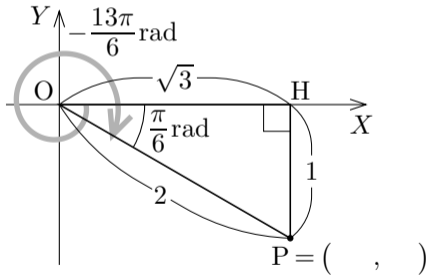
$$\angle POH = \frac{13\pi}{6} \text{ rad} - 2\pi \text{ rad} = \frac{\pi}{6} \text{ rad} .$$

直角三角形  $OPH$  において

$$\overline{HP} : \overline{PO} : \overline{OH} = 1 : 2 : \sqrt{3} .$$

$\overline{OP} = 2$  とする．  $\overline{OH} = \sqrt{3}$  ，  $\overline{PH} = 1$  .

$P$  は第 4 象限に属すので  $P = ( \quad , \quad )$  .



例  $-\frac{13\pi}{6}$  における，正弦関数の値  $\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，余弦関数の値  $\cos\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，正接関数の値  $\tan\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$  の各々を求める． $XY$  座標平面において，原点  $O$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $-\frac{13\pi}{6}$  rad の動径に属す点  $P$  ( $P \neq O$ ) をとり，点  $P$  から  $X$  軸に下した垂線の足を  $H$  とおく．

$$\angle POH = \frac{13\pi}{6} \text{ rad} - 2\pi \text{ rad} = \frac{\pi}{6} \text{ rad} .$$

直角三角形  $OPH$  において

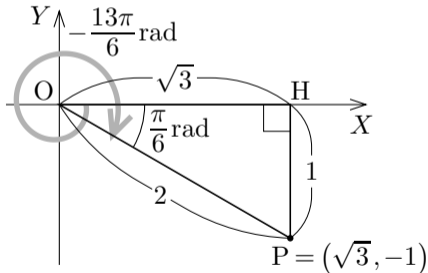
$$\overline{HP} : \overline{PO} : \overline{OH} = 1 : 2 : \sqrt{3} .$$

$\overline{OP} = 2$  とする． $\overline{OH} = \sqrt{3}$ ， $\overline{PH} = 1$ ．

$P$  は第 4 象限に属するので  $P = (\sqrt{3}, -1)$ ．

よって，

$$\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right) = \quad = \quad , \quad , \quad .$$



例  $-\frac{13\pi}{6}$  における，正弦関数の値  $\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，余弦関数の値  $\cos\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，正接関数の値  $\tan\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$  の各々を求める． $XY$  座標平面において，原点  $O$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $-\frac{13\pi}{6}$  rad の動径に属す点  $P$  ( $P \neq O$ ) をとり，点  $P$  から  $X$  軸に下した垂線の足を  $H$  とおく．

$$\angle POH = \frac{13\pi}{6} \text{ rad} - 2\pi \text{ rad} = \frac{\pi}{6} \text{ rad} .$$

直角三角形  $OPH$  において

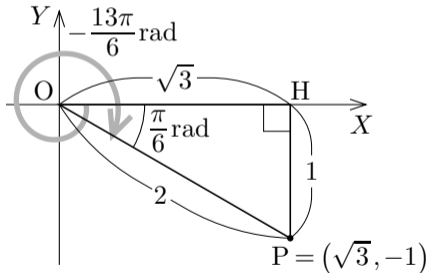
$$\overline{HP} : \overline{PO} : \overline{OH} = 1 : 2 : \sqrt{3} .$$

$\overline{OP} = 2$  とする．  $\overline{OH} = \sqrt{3}$  ，  $\overline{PH} = 1$  ．

$P$  は第 4 象限に属すので  $P = (\sqrt{3}, -1)$  ．

よって，

$$\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right) = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2} , \quad \cos\left(-\frac{13\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} ,$$



例  $-\frac{13\pi}{6}$  における，正弦関数の値  $\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，余弦関数の値  $\cos\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，正接関数の値  $\tan\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$  の各々を求める． $XY$  座標平面において，原点  $O$

を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $-\frac{13\pi}{6}$  rad の動径に属す点  $P$  ( $P \neq O$ ) をとり，点  $P$  から  $X$  軸に下した垂線の足を  $H$  とおく．

$$\angle POH = \frac{13\pi}{6} \text{ rad} - 2\pi \text{ rad} = \frac{\pi}{6} \text{ rad} .$$

直角三角形  $OPH$  において

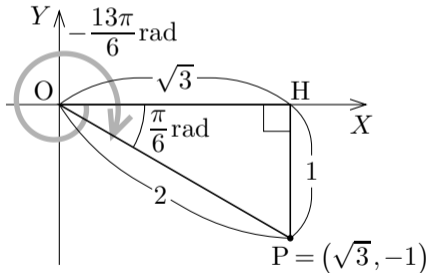
$$\overline{HP} : \overline{PO} : \overline{OH} = 1 : 2 : \sqrt{3} .$$

$\overline{OP} = 2$  とする． $\overline{OH} = \sqrt{3}$ ， $\overline{PH} = 1$ ．

$P$  は第 4 象限に属すので  $P = (\sqrt{3}, -1)$ ．

よって，

$$\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right) = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}, \quad \cos\left(-\frac{13\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \tan\left(-\frac{13\pi}{6}\right) = \quad = \quad .$$



例  $-\frac{13\pi}{6}$  における，正弦関数の値  $\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，余弦関数の値  $\cos\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$ ，正接関数の値  $\tan\left(-\frac{13\pi}{6}\right)$  の各々を求める． $XY$  座標平面において，原点  $O$

を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $-\frac{13\pi}{6}$  rad の動径に属す点  $P$  ( $P \neq O$ ) をとり，点  $P$  から  $X$  軸に下した垂線の足を  $H$  とおく．

$$\angle POH = \frac{13\pi}{6} \text{ rad} - 2\pi \text{ rad} = \frac{\pi}{6} \text{ rad} .$$

直角三角形  $OPH$  において

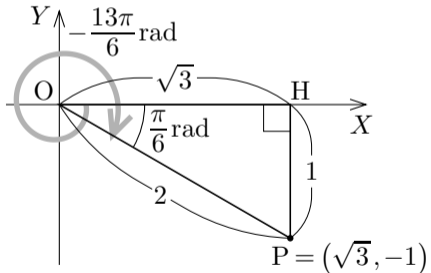
$$\overline{HP} : \overline{PO} : \overline{OH} = 1 : 2 : \sqrt{3} .$$

$\overline{OP} = 2$  とする． $\overline{OH} = \sqrt{3}$ ， $\overline{PH} = 1$ ．

$P$  は第 4 象限に属すので  $P = (\sqrt{3}, -1)$ ．

よって，

$$\sin\left(-\frac{13\pi}{6}\right) = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}, \quad \cos\left(-\frac{13\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \tan\left(-\frac{13\pi}{6}\right) = \frac{-1}{\sqrt{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} . \quad \boxed{\text{終}}$$



**問11.2.4**  $-\frac{13\pi}{4}$  における，正弦関数の値  $\sin\left(-\frac{13\pi}{4}\right)$ ，余弦関数の値  $\cos\left(-\frac{13\pi}{4}\right)$ ，正接関数の値  $\tan\left(-\frac{13\pi}{4}\right)$  の各々を求めよ．

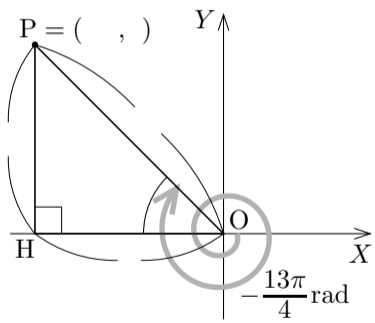
$XY$  座標平面において，原点  $O$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $-\frac{13\pi}{4}$  rad の動径に属す点  $P$  ( $P \neq O$ ) をとり，点  $P$  から  $X$  軸に下した垂線の足を  $H$  とおく．

$\angle POH =$  \_\_\_\_\_  $=$  \_\_\_\_\_ ．

$\overline{OP} =$  \_\_\_\_\_ とする．直角二等辺三角  $OPH$  を考えると， $\overline{OH} =$  \_\_\_\_\_ ，  $\overline{PH} =$  \_\_\_\_\_ ．

$P = ($  \_\_\_\_\_  $,$  \_\_\_\_\_  $)$  なので，

$\sin\left(-\frac{13\pi}{4}\right) =$  \_\_\_\_\_ ，  $\cos\left(-\frac{13\pi}{4}\right) =$  \_\_\_\_\_  $=$  \_\_\_\_\_ ，  $\tan\left(-\frac{13\pi}{4}\right) =$  \_\_\_\_\_  $=$  \_\_\_\_\_ ．



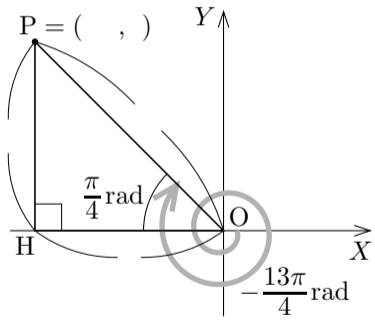
**問11.2.4**  $-\frac{13\pi}{4}$  における，正弦関数の値  $\sin\left(-\frac{13\pi}{4}\right)$ ，余弦関数の値  $\cos\left(-\frac{13\pi}{4}\right)$ ，正接関数の値  $\tan\left(-\frac{13\pi}{4}\right)$  の各々を求めよ．

$XY$  座標平面において，原点  $O$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $-\frac{13\pi}{4}$  rad の動径に属す点  $P$  ( $P \neq O$ ) をとり，点  $P$  から  $X$  軸に下した垂線の足を  $H$  とおく．

$$\angle POH = \frac{13\pi}{4} \text{ rad} - 3\pi \text{ rad} = \frac{\pi}{4} \text{ rad} .$$

$\overline{OP} =$  とする．直角二等辺三角  $OPH$  を考えると， $\overline{OH} =$  ，  $\overline{PH} =$  ．  
 $P = ($  ，  $)$  なので，

$$\sin\left(-\frac{13\pi}{4}\right) = \quad , \quad \cos\left(-\frac{13\pi}{4}\right) = \quad = \quad , \quad \tan\left(-\frac{13\pi}{4}\right) = \quad = \quad .$$



**問11.2.4**  $-\frac{13\pi}{4}$  における，正弦関数の値  $\sin\left(-\frac{13\pi}{4}\right)$ ，余弦関数の値  $\cos\left(-\frac{13\pi}{4}\right)$ ，正接関数の値  $\tan\left(-\frac{13\pi}{4}\right)$  の各々を求めよ．

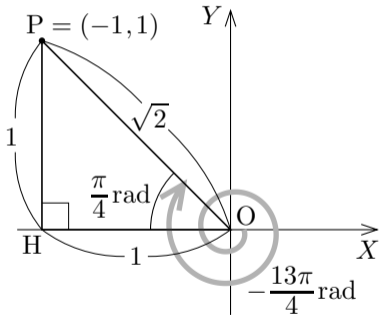
$XY$  座標平面において，原点  $O$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $-\frac{13\pi}{4}$  rad の動径に属す点  $P$  ( $P \neq O$ ) をとり，点  $P$  から  $X$  軸に下した垂線の足を  $H$  とおく．

$$\angle POH = \frac{13\pi}{4} \text{ rad} - 3\pi \text{ rad} = \frac{\pi}{4} \text{ rad} .$$

$\overline{OP} = \sqrt{2}$  とする．直角二等辺三角形  $OPH$  を考えると， $\overline{OH} = 1$ ， $\overline{PH} = 1$ ．

$P = (-1, 1)$  なので，

$$\sin\left(-\frac{13\pi}{4}\right) = \quad , \quad \cos\left(-\frac{13\pi}{4}\right) = \quad = \quad , \quad \tan\left(-\frac{13\pi}{4}\right) = \quad = \quad .$$



問11.2.4  $-\frac{13\pi}{4}$  における，正弦関数の値  $\sin\left(-\frac{13\pi}{4}\right)$ ，余弦関数の値  $\cos\left(-\frac{13\pi}{4}\right)$ ，正接関数の値  $\tan\left(-\frac{13\pi}{4}\right)$  の各々を求めよ．

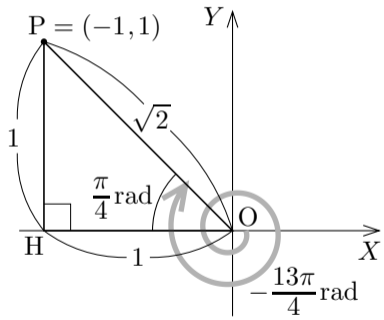
$XY$  座標平面において，原点  $O$  を極として  $X$  軸の向きに伸びる始線  $OX$  に対する角度  $-\frac{13\pi}{4}$  rad の動径に属す点  $P$  ( $P \neq O$ ) をとり，点  $P$  から  $X$  軸に下した垂線の足を  $H$  とおく．

$$\angle POH = \frac{13\pi}{4} \text{ rad} - 3\pi \text{ rad} = \frac{\pi}{4} \text{ rad} .$$

$\overline{OP} = \sqrt{2}$  とする．直角二等辺三角形  $OPH$  を考えると， $\overline{OH} = 1$ ， $\overline{PH} = 1$ ．

$P = (-1, 1)$  なので，

$$\sin\left(-\frac{13\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} , \quad \cos\left(-\frac{13\pi}{4}\right) = \frac{-1}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} , \quad \tan\left(-\frac{13\pi}{4}\right) = \frac{-1}{1} = -1 . \quad \boxed{\text{終}}$$



更に正割関数と余割関数と余接関数との 3 個の三角関数を定義する.

更に正割関数と余割関数と余接関数との3個の三角関数を定義する.

正割関数とは,  $\frac{\pi}{2}$  の奇数倍でない各実数  $x$  に  $\frac{1}{\cos x}$  の値を対応させる関数

である. 正割関数の値を  $\sec x$  と書き表す:

$$\text{実数 } x \text{ が } \frac{\pi}{2} \text{ の奇数倍でないとき } \sec x = \frac{1}{\cos x} .$$

更に正割関数と余割関数と余接関数との3個の三角関数を定義する。

正割関数とは、 $\frac{\pi}{2}$  の奇数倍でない各実数  $x$  に  $\frac{1}{\cos x}$  の値を対応させる関数である。正割関数の値を  $\sec x$  と書き表す：

$$\text{実数 } x \text{ が } \frac{\pi}{2} \text{ の奇数倍でないとき } \sec x = \frac{1}{\cos x} .$$

余割関数とは、 $\pi$  の整数倍でない各実数  $x$  に  $\frac{1}{\sin x}$  の値を対応させる関数である。余割関数の値を  $\operatorname{cosec} x$  と書き表す：

$$\text{実数 } x \text{ が } \pi \text{ の整数倍でないとき } \operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x} .$$

更に正割関数と余割関数と余接関数との3個の三角関数を定義する。

正割関数とは、 $\frac{\pi}{2}$  の奇数倍でない各実数  $x$  に  $\frac{1}{\cos x}$  の値を対応させる関数である。正割関数の値を  $\sec x$  と書き表す：

$$\text{実数 } x \text{ が } \frac{\pi}{2} \text{ の奇数倍でないとき } \sec x = \frac{1}{\cos x} .$$

余割関数とは、 $\pi$  の整数倍でない各実数  $x$  に  $\frac{1}{\sin x}$  の値を対応させる関数である。余割関数の値を  $\operatorname{cosec} x$  と書き表す：

$$\text{実数 } x \text{ が } \pi \text{ の整数倍でないとき } \operatorname{cosec} x = \frac{1}{\sin x} .$$

余接関数とは、 $\pi$  の整数倍でない各実数  $x$  に  $\frac{\cos x}{\sin x}$  の値を対応させる関数である。余接関数の値を  $\cot x$  と書き表す：

$$\text{実数 } x \text{ が } \pi \text{ の整数倍でないとき } \cot x = \frac{\cos x}{\sin x} .$$

例

$$\sec \frac{\pi}{3} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2 .$$

例

$$\sec \frac{\pi}{3} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{3}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2 .$$

終

例

$$\operatorname{cosec} \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sin \frac{\pi}{4}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} .$$

例

$$\operatorname{cosec} \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sin \frac{\pi}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2} .$$

終

例

$$\cot \frac{\pi}{6} = \frac{\cos \frac{\pi}{6}}{\sin \frac{\pi}{6}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} .$$

例

$$\cot \frac{\pi}{6} = \frac{\cos \frac{\pi}{6}}{\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3} .$$

終

問11.2.5 以下の三角関数の値を計算せよ.

$$\sec \frac{\pi}{4},$$

$$\operatorname{cosec} \frac{\pi}{6},$$

$$\cot \frac{\pi}{3}.$$

$$\sec \frac{\pi}{4} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} =$$

$$\operatorname{cosec} \frac{\pi}{6} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} =$$

$$\cot \frac{\pi}{3} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} =$$

問11.2.5 以下の三角関数の値を計算せよ.

$$\sec \frac{\pi}{4},$$

$$\operatorname{cosec} \frac{\pi}{6},$$

$$\cot \frac{\pi}{3}.$$

$$\sec \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}.$$

$$\operatorname{cosec} \frac{\pi}{6} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} =$$

$$\cot \frac{\pi}{3} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} =$$

問11.2.5 以下の三角関数の値を計算せよ.

$$\sec \frac{\pi}{4},$$

$$\operatorname{cosec} \frac{\pi}{6},$$

$$\cot \frac{\pi}{3}.$$

$$\sec \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}.$$

$$\operatorname{cosec} \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2.$$

$$\cot \frac{\pi}{3} = \text{---} = \text{---} =$$

問11.2.5 以下の三角関数の値を計算せよ。

$$\sec \frac{\pi}{4},$$

$$\operatorname{cosec} \frac{\pi}{6},$$

$$\cot \frac{\pi}{3}.$$

$$\sec \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\cos \frac{\pi}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}.$$

$$\operatorname{cosec} \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2.$$

$$\cot \frac{\pi}{3} = \frac{\cos \frac{\pi}{3}}{\sin \frac{\pi}{3}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$

終