

9.4 冪関数

実数 a 及び自然数 n に対し, a の n 個の積を a の n 乗といい, a^n と書き表した:

$$a^n = \overbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}^{n \text{ 個の積}} ;$$

特に, $n = 0$ のときは $a^0 = 1$ と定めた.

実数 a 及び自然数 n に対し, a の n 個の積を a の n 乗といい, a^n と書き表した:

$$a^n = \overbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}^{n \text{ 個の積}};$$


特に, $n = 0$ のときは $a^0 = 1$ と定めた. $a^0, a^1, a^2, a^3, \dots$ など, 数 a を何個か (0 個以上) 掛け合わせた積を a の冪という.

実数 a 及び自然数 n に対し、 a の n 個の積を a の n 乗といい、 a^n と書き表した：

$$a^n = \overbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}^{n \text{ 個の積}} ;$$

特に、 $n=0$ のときは $a^0=1$ と定めた。 $a^0, a^1, a^2, a^3, \dots$ など、数 a を何個か（0個以上）掛け合わせた積を a の冪という。冪を表す式 a^n において、 a を底といい、 n を指数という。

指数が n の a の冪 a^n



変数 x の冪 $x^1, x^2, x^3, x^4, \dots$ は x の関数である. これらの関数を冪関数という.

変数 x の冪 $x^1, x^2, x^3, x^4, \dots$ は x の関数である. これらの関数を冪関数という. 一般に, 定数 n が正の自然数のとき, 実数 x に x の冪 x^n を対応させる関数を, 指数が n である冪関数という.

各実数 x について $(-x)^2 = x^2$. 正の自然数 n が偶数のとき, $n = 2m$ (m は正のある自然数) となるので, 自然数指数の指数法則より,

$$\begin{aligned} (-x)^n &= (-x)^{2m} = \{(-x)^2\}^m = (x^2)^m = x^{2m} \\ &= x^n . \end{aligned}$$

各実数 x について $(-x)^2 = x^2$. 正の自然数 n が偶数のとき, $n = 2m$ (m は正のある自然数) となるので, 自然数指数の指数法則より,

$$\begin{aligned}(-x)^n &= (-x)^{2m} = \{(-x)^2\}^m = (x^2)^m = x^{2m} \\ &= x^n .\end{aligned}$$

自然数 n が奇数のとき, $n = 2m + 1$ (m はある自然数) となるので, 自然数指数の指数法則より,

$$\begin{aligned}(-x)^n &= (-x)^{2m+1} = (-x)^{2m} \cdot (-x) = -\{(-x)^2\}^m x \\ &= -(x^2)^m x = -x^{2m} x = -x^{2m+1} \\ &= -x^n .\end{aligned}$$

各実数 x について $(-x)^2 = x^2$. 正の自然数 n が偶数のとき, $n = 2m$ (m は正のある自然数) となるので, 自然数指数の指数法則より,

$$\begin{aligned}(-x)^n &= (-x)^{2m} = \{(-x)^2\}^m = (x^2)^m = x^{2m} \\ &= x^n .\end{aligned}$$

自然数 n が奇数のとき, $n = 2m + 1$ (m はある自然数) となるので, 自然数指数の指数法則より,

$$\begin{aligned}(-x)^n &= (-x)^{2m+1} = (-x)^{2m} \cdot (-x) = -\{(-x)^2\}^m x \\ &= -(x^2)^m x = -x^{2m} x = -x^{2m+1} \\ &= -x^n .\end{aligned}$$

[定理 9.4] 正の自然数 n 及び任意の実数 x について,

$$n \text{ が奇数のとき } (-x)^n = -x^n , \quad n \text{ が偶数のとき } (-x)^n = x^n .$$

[定理 9.4] 正の自然数 n 及び任意の実数 x について,

$$n \text{ が奇数のとき } (-x)^n = -x^n, \quad n \text{ が偶数のとき } (-x)^n = x^n .$$

この定理より, 正の自然数 n を指数とする冪関数 x^n は, n が奇数のとき奇関数であり, n が偶数のとき偶関数である.

[定理 9.4] 正の自然数 n 及び任意の実数 x について,

$$n \text{ が奇数のとき } (-x)^n = -x^n, \quad n \text{ が偶数のとき } (-x)^n = x^n .$$

この定理より, 正の自然数 n を指数とする冪関数 x^n は, n が奇数のとき奇関数であり, n が偶数のとき偶関数である.

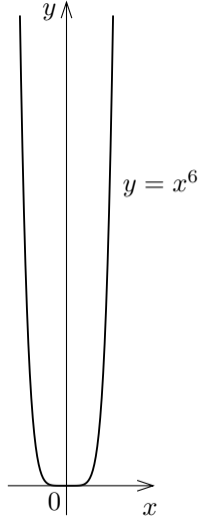
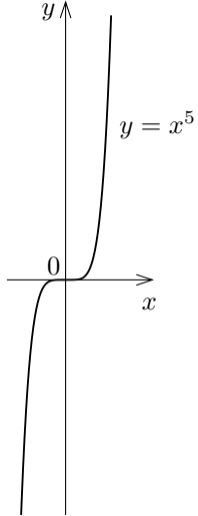
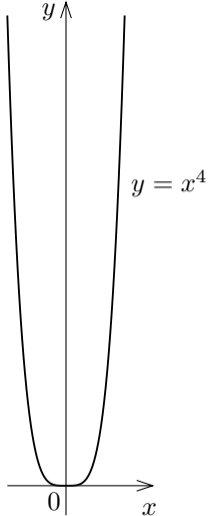
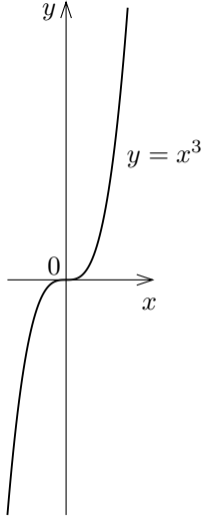
xy 座標平面において, 奇関数のグラフは原点に関して対称であり, 偶関数のグラフは y 軸に関して対称であった.

[定理 9.4] 正の自然数 n 及び任意の実数 x について,

$$n \text{ が奇数のとき } (-x)^n = -x^n, \quad n \text{ が偶数のとき } (-x)^n = x^n .$$

この定理より, 正の自然数 n を指数とする冪関数 x^n は, n が奇数のとき奇関数であり, n が偶数のとき偶関数である.

xy 座標平面において, 奇関数のグラフは原点に関して対称であり, 偶関数のグラフは y 軸に関して対称であった. 従って, 正の自然数 n を指数とする冪関数 $y = x^n$ のグラフは, n が奇数のとき原点に関して対称であり, n が偶数のとき y 軸に関して対称である.



冪関数 $y = x^n$ のグラフ