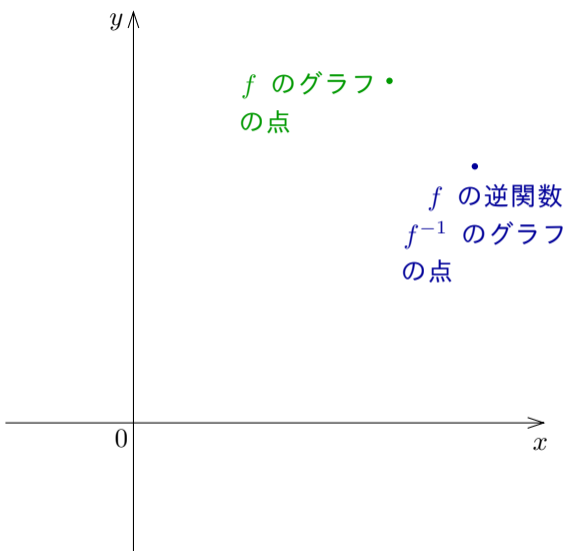


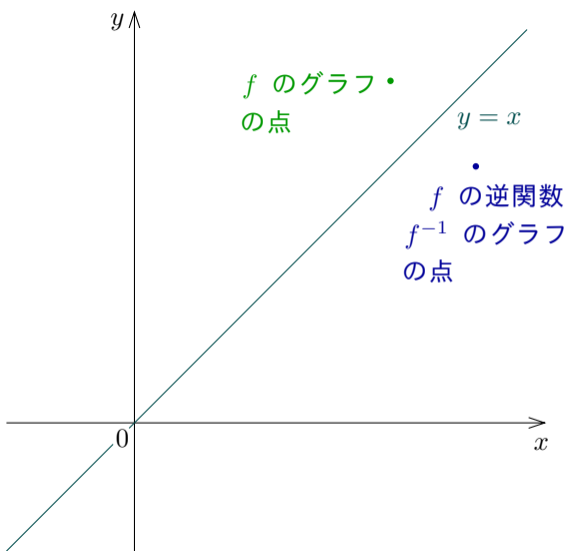
9.2 簡単な無理関数のグラフ

8.7節で、関数 f の逆関数 f^{-1} のグラフについて述べた.

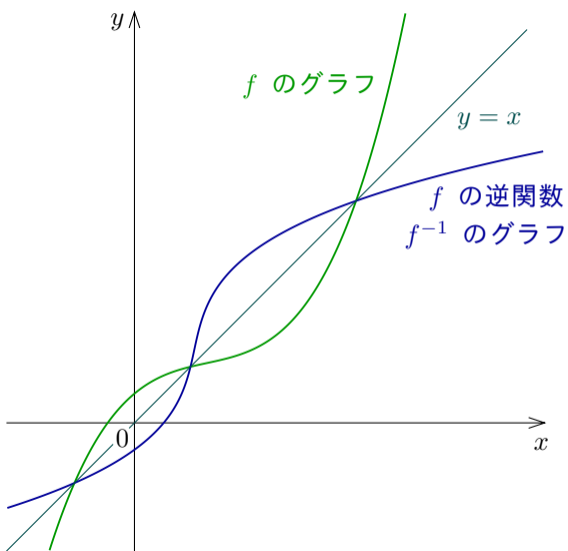
8.7節で、関数 f の逆関数 f^{-1} のグラフについて述べた。 xy 座標平面において、 f のグラフの点と対応する f^{-1} のグラフの点とでは x 座標と y 座標とが入れ替わる。



8.7節で、関数 f の逆関数 f^{-1} のグラフについて述べた。 xy 座標平面において、 f のグラフの点と対応する f^{-1} のグラフの点とでは x 座標と y 座標とが入れ替わる。 x 座標と y 座標とが入れ替わった点は元の点と直線 $y = x$ に関して対称である。



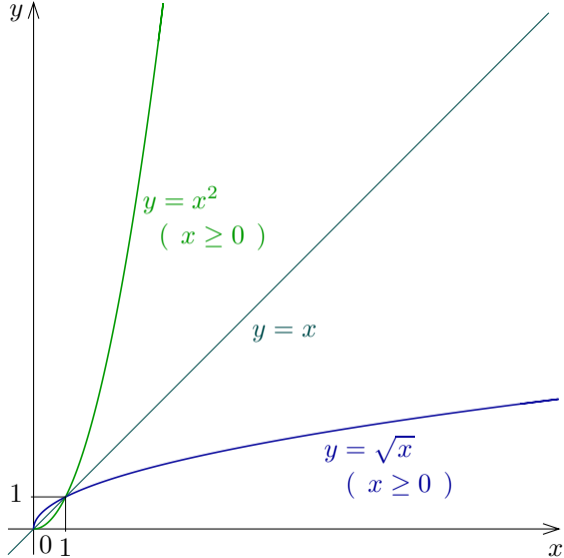
8.7節で、関数 f の逆関数 f^{-1} のグラフについて述べた。 xy 座標平面において、 f のグラフの点と対応する f^{-1} のグラフの点とでは x 座標と y 座標とが入れ替わる。 x 座標と y 座標とが入れ替わった点は元の点と直線 $y = x$ に関して対称である。 よって、関数 f の逆関数 f^{-1} のグラフは f のグラフと直線 $y = x$ に関して対称である。



xy 座標平面において、
定義域が区間 $[0, \infty)$ で
ある関数 $y = \sqrt{x}$ のグ
ラフを描く.

xy 座標平面において、
定義域が区間 $[0, \infty)$ で
ある関数 $y = \sqrt{x}$ のグ
ラフを描く. 関数 \sqrt{x}
($x \geq 0$) は関数 x^2
($x \geq 0$) の逆関数であ
る.

xy 座標平面において、
定義域が区間 $[0, \infty)$ で
ある関数 $y = \sqrt{x}$ のグ
ラフを描く. 関数 \sqrt{x}
($x \geq 0$) は関数 x^2
($x \geq 0$) の逆関数であ
る. 従って $y = \sqrt{x}$
($x \geq 0$) のグラフは
 $y = x^2$ ($x \geq 0$) のグラ
フと直線 $y = x$ に関し
て対称である.



1 次関数と関数 \sqrt{x} との合成関数のグラフを考える.

例 xy 座標平面において、定義域が区間 $[2, \infty)$ である関数 $y = \sqrt{3x - 6}$ のグラフを描く.

例 xy 座標平面において、定義域が区間 $[2, \infty)$ である関数 $y = \sqrt{3x-6}$ のグラフを描く．関数 $y = \sqrt{3x-6}$ について、 $\sqrt{3x-6} \geq 0$ なので $y \geq 0$ ．

例 xy 座標平面において、定義域が区間 $[2, \infty)$ である関数 $y = \sqrt{3x-6}$ のグラフを描く。関数 $y = \sqrt{3x-6}$ について、 $\sqrt{3x-6} \geq 0$ なので $y \geq 0$ 。また、 $y = \sqrt{3x-6}$ を 2 乗すると $y^2 = \sqrt{3x-6}^2 = 3x-6$ なので、 $3x = y^2 + 6$ ，よって $x = \frac{1}{3}y^2 + 2$ 。 x の値から y の値を計算するより y の値から x の値を計算する方が簡単である。

例 xy 座標平面において、定義域が区間 $[2, \infty)$ である関数 $y = \sqrt{3x-6}$ のグラフを描く。関数 $y = \sqrt{3x-6}$ について、 $\sqrt{3x-6} \geq 0$ なので $y \geq 0$ 。また、 $y = \sqrt{3x-6}$ を 2 乗すると $y^2 = \sqrt{3x-6}^2 = 3x-6$ なので、 $3x = y^2 + 6$ ，よって $x = \frac{1}{3}y^2 + 2$ 。これより、実数 x, y ($x \geq 2$) について、

$$y = \sqrt{3x-6} \iff x = \frac{1}{3}y^2 + 2 \text{ かつ } y \geq 0 \quad .$$

例 xy 座標平面において、定義域が区間 $[2, \infty)$ である関数 $y = \sqrt{3x-6}$ のグラフを描く。関数 $y = \sqrt{3x-6}$ について、 $\sqrt{3x-6} \geq 0$ なので $y \geq 0$ 。また、 $y = \sqrt{3x-6}$ を 2 乗すると $y^2 = \sqrt{3x-6}^2 = 3x-6$ なので、 $3x = y^2 + 6$ ，よって $x = \frac{1}{3}y^2 + 2$ 。これより、実数 x, y ($x \geq 2$) について、

$$y = \sqrt{3x-6} \iff x = \frac{1}{3}y^2 + 2 \text{ かつ } y \geq 0 \quad .$$

変数 x は変数 y の 2 次関数
なので、そのグラフは放物線
である。

例 xy 座標平面において、定義域が区間 $[2, \infty)$ である関数 $y = \sqrt{3x-6}$ のグラフを描く。関数 $y = \sqrt{3x-6}$ について、 $\sqrt{3x-6} \geq 0$ なので $y \geq 0$ 。また、 $y = \sqrt{3x-6}$ を 2 乗すると $y^2 = \sqrt{3x-6}^2 = 3x-6$ なので、 $3x = y^2 + 6$ ，よって $x = \frac{1}{3}y^2 + 2$ 。これより、実数 x, y ($x \geq 2$) について、

$$y = \sqrt{3x-6} \iff x = \frac{1}{3}y^2 + 2 \text{ かつ } y \geq 0 \quad .$$

変数 x は変数 y の 2 次関数
なので、そのグラフは放物線
である。 y の値から x の値を
計算する。

例 xy 座標平面において、定義域が区間 $[2, \infty)$ である関数 $y = \sqrt{3x-6}$ のグラフを描く。関数 $y = \sqrt{3x-6}$ について、 $\sqrt{3x-6} \geq 0$ なので $y \geq 0$ 。また、 $y = \sqrt{3x-6}$ を 2 乗すると $y^2 = \sqrt{3x-6}^2 = 3x-6$ なので、 $3x = y^2 + 6$ ，よって $x = \frac{1}{3}y^2 + 2$ 。これより、実数 x, y ($x \geq 2$) について、

$$y = \sqrt{3x-6} \iff x = \frac{1}{3}y^2 + 2 \text{ かつ } y \geq 0 \quad .$$

変数 x は変数 y の 2 次関数
なので、そのグラフは放物線
である。 $y = 0$ のとき $x = 2$ 。
 $y = 3$ のとき $x = 5$ 。 $y = 6$
のとき $x = 14$ 。

例 xy 座標平面において、定義域が区間 $[2, \infty)$ である関数 $y = \sqrt{3x-6}$ のグラフを描く。関数 $y = \sqrt{3x-6}$ について、 $\sqrt{3x-6} \geq 0$ なので $y \geq 0$ 。また、 $y = \sqrt{3x-6}$ を 2 乗すると $y^2 = \sqrt{3x-6}^2 = 3x-6$ なので、 $3x = y^2 + 6$ ，よって $x = \frac{1}{3}y^2 + 2$ 。これより、実数 x, y ($x \geq 2$) について、

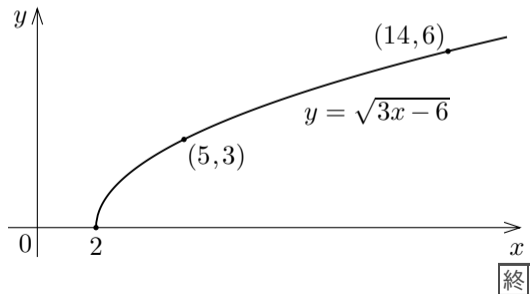
$$y = \sqrt{3x-6} \iff x = \frac{1}{3}y^2 + 2 \text{ かつ } y \geq 0 \quad .$$

変数 x は変数 y の 2 次関数
なので、そのグラフは放物線
である。 $y = 0$ のとき $x = 2$ 。
 $y = 3$ のとき $x = 5$ 。 $y = 6$
のとき $x = 14$ 。点 $(2, 0)$ ，
 $(5, 3)$ ， $(14, 6)$ が $y = \sqrt{3x+6}$
のグラフに属す。

例 xy 座標平面において、定義域が区間 $[2, \infty)$ である関数 $y = \sqrt{3x-6}$ のグラフを描く．関数 $y = \sqrt{3x-6}$ について、 $\sqrt{3x-6} \geq 0$ なので $y \geq 0$ ．また、 $y = \sqrt{3x-6}$ を 2 乗すると $y^2 = \sqrt{3x-6}^2 = 3x-6$ なので、 $3x = y^2 + 6$ ，よって $x = \frac{1}{3}y^2 + 2$ ．これより、実数 x, y ($x \geq 2$) について、

$$y = \sqrt{3x-6} \iff x = \frac{1}{3}y^2 + 2 \text{ かつ } y \geq 0 .$$

変数 x は変数 y の 2 次関数なので、そのグラフは放物線である． $y = 0$ のとき $x = 2$ ． $y = 3$ のとき $x = 5$ ． $y = 6$ のとき $x = 14$ ．点 $(2, 0)$ 、 $(5, 3)$ 、 $(14, 6)$ が $y = \sqrt{3x+6}$ のグラフに属す．



例 xy 座標平面において定義域が区間 $\left[-\frac{5}{2}, \infty\right)$ である関数 $y = \sqrt{2x+5}$ のグラフを描く.

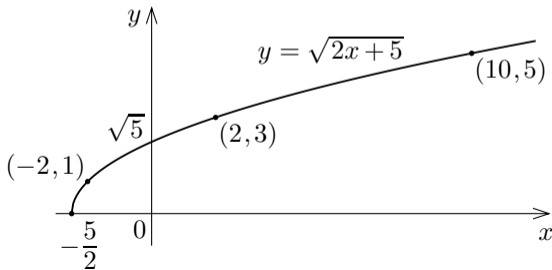
例 xy 座標平面において定義域が区間 $\left[-\frac{5}{2}, \infty\right)$ である関数 $y = \sqrt{2x+5}$ のグラフを描く. $y = \sqrt{2x+5} \geq 0$.

例 xy 座標平面において定義域が区間 $\left[-\frac{5}{2}, \infty\right)$ である関数 $y = \sqrt{2x+5}$ のグラフを描く. $y = \sqrt{2x+5} \geq 0$. $y = \sqrt{2x+5}$ より, $y^2 = 2x+5$,
 $x = \frac{y^2 - 5}{2}$.

例 xy 座標平面において定義域が区間 $\left[-\frac{5}{2}, \infty\right)$ である関数 $y = \sqrt{2x+5}$ のグラフを描く. $y = \sqrt{2x+5} \geq 0$. $y = \sqrt{2x+5}$ より, $y^2 = 2x+5$, $x = \frac{y^2-5}{2}$. $y=0$ のとき $x = -\frac{5}{2}$, $y=1$ のとき $x = -2$, $y=3$ のとき $x = 2$, $y=5$ のとき $x = 10$.

例 xy 座標平面において定義域が区間 $\left[-\frac{5}{2}, \infty\right)$ である関数 $y = \sqrt{2x+5}$ のグラフを描く. $y = \sqrt{2x+5} \geq 0$. $y = \sqrt{2x+5}$ より, $y^2 = 2x+5$, $x = \frac{y^2-5}{2}$. $y=0$ のとき $x = -\frac{5}{2}$, $y=1$ のとき $x = -2$, $y=3$ のとき $x = 2$, $y=5$ のとき $x = 10$. $y = \sqrt{2x+5}$ のグラフは, 不等式 $y \geq 0$ と方程式 $x = \frac{y^2-5}{2}$ との連立で表される放物線であり, 点 $\left(-\frac{5}{2}, 0\right)$, $(0, \sqrt{5})$, $(-2, 1)$, $(2, 3)$, $(10, 5)$ が属す.

例 xy 座標平面において定義域が区間 $\left[-\frac{5}{2}, \infty\right)$ である関数 $y = \sqrt{2x+5}$ のグラフを描く. $y = \sqrt{2x+5} \geq 0$. $y = \sqrt{2x+5}$ より, $y^2 = 2x+5$, $x = \frac{y^2-5}{2}$. $y=0$ のとき $x = -\frac{5}{2}$, $y=1$ のとき $x = -2$, $y=3$ のとき $x = 2$, $y=5$ のとき $x = 10$. $y = \sqrt{2x+5}$ のグラフは, 不等式 $y \geq 0$ と方程式 $x = \frac{y^2-5}{2}$ との連立で表される放物線であり, 点 $\left(-\frac{5}{2}, 0\right)$, $(0, \sqrt{5})$, $(-2, 1)$, $(2, 3)$, $(10, 5)$ が属す.



問9.2.1 xy 座標平面において定義域が区間 $\left[-\frac{4}{3}, \infty\right)$ である関数 $y = \sqrt{3x+4}$ のグラフの概形を描け.

$$y = \sqrt{3x+4} \geq 0 . \quad y = \sqrt{3x+4} \text{ より, } \quad = \quad , \quad x = \quad .$$

$y = \sqrt{3x+4}$ のグラフは, 不等式 $y \geq 0$ と方程式 $x = \quad$ とでの連立で表される放物線であり, 点 $(\quad, 0), (0, \quad), (\quad, 1), (\quad, 4), (\quad, 5)$ が属す.

問9.2.1 xy 座標平面において定義域が区間 $\left[-\frac{4}{3}, \infty\right)$ である関数 $y = \sqrt{3x+4}$ のグラフの概形を描け.

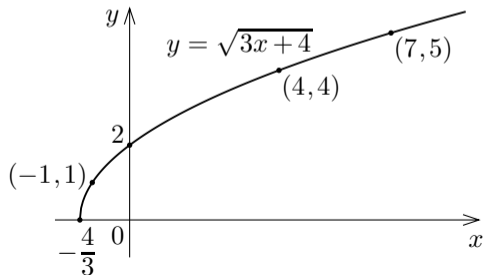
$$y = \sqrt{3x+4} \geq 0 . \quad y = \sqrt{3x+4} \text{ より, } y^2 = 3x+4 , \quad x = \frac{y^2-4}{3} .$$

$y = \sqrt{3x+4}$ のグラフは, 不等式 $y \geq 0$ と方程式 $x = \frac{y^2-4}{3}$ とでの連立で表される放物線であり, 点 $\left(-\frac{4}{3}, 0\right), (0, 2), (-1, 1), (4, 4), (7, 5)$ が属す.

問9.2.1 xy 座標平面において定義域が区間 $\left[-\frac{4}{3}, \infty\right)$ である関数 $y = \sqrt{3x+4}$ のグラフの概形を描け.

$$y = \sqrt{3x+4} \geq 0 . \quad y = \sqrt{3x+4} \text{ より, } y^2 = 3x+4 , \quad x = \frac{y^2-4}{3} .$$

$y = \sqrt{3x+4}$ のグラフは, 不等式 $y \geq 0$ と方程式 $x = \frac{y^2-4}{3}$ とでの連立で表される放物線であり, 点 $\left(-\frac{4}{3}, 0\right), (0, 2), (-1, 1), (4, 4), (7, 5)$ が属す.



例 xy 座標平面において定義域が区間 $(-\infty, 6]$ である関数 $y = \sqrt{3 - \frac{x}{2}}$

のグラフを描く.

例 xy 座標平面において定義域が区間 $(-\infty, 6]$ である関数 $y = \sqrt{3 - \frac{x}{2}}$

のグラフを描く. $y = \sqrt{3 - \frac{x}{2}} \geq 0$.

例 xy 座標平面において定義域が区間 $(-\infty, 6]$ である関数 $y = \sqrt{3 - \frac{x}{2}}$

のグラフを描く. $y = \sqrt{3 - \frac{x}{2}} \geq 0$. $y = \sqrt{3 - \frac{x}{2}}$ より, $y^2 = 3 - \frac{x}{2}$,
 $x = 6 - 2y^2$.

例 xy 座標平面において定義域が区間 $(-\infty, 6]$ である関数 $y = \sqrt{3 - \frac{x}{2}}$

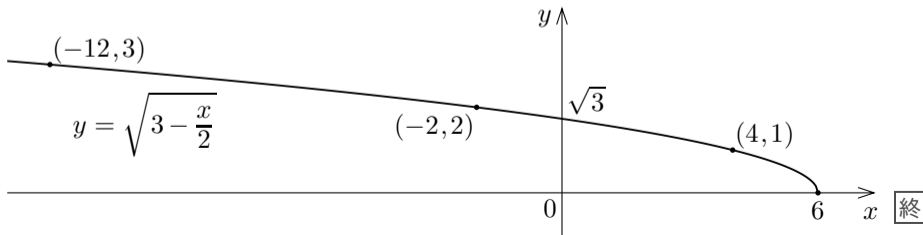
のグラフを描く. $y = \sqrt{3 - \frac{x}{2}} \geq 0$. $y = \sqrt{3 - \frac{x}{2}}$ より, $y^2 = 3 - \frac{x}{2}$,
 $x = 6 - 2y^2$. $y = 0$ のとき $x = 6$, $y = 1$ のとき $x = 4$, $y = 2$ のとき
 $x = -2$, $y = 3$ のとき $x = -12$.

例 xy 座標平面において定義域が区間 $(-\infty, 6]$ である関数 $y = \sqrt{3 - \frac{x}{2}}$

のグラフを描く. $y = \sqrt{3 - \frac{x}{2}} \geq 0$. $y = \sqrt{3 - \frac{x}{2}}$ より, $y^2 = 3 - \frac{x}{2}$,
 $x = 6 - 2y^2$. $y = 0$ のとき $x = 6$, $y = 1$ のとき $x = 4$, $y = 2$ のとき
 $x = -2$, $y = 3$ のとき $x = -12$. $y = \sqrt{3 - \frac{x}{2}}$ のグラフは, 不等式 $y \geq 0$
と方程式 $x = 6 - 2y^2$ との連立で表される放物線であり, 点 $(6, 0), (0, \sqrt{3}),$
 $(4, 1), (-2, 2), (-12, 3)$ が属す.

例 xy 座標平面において定義域が区間 $(-\infty, 6]$ である関数 $y = \sqrt{3 - \frac{x}{2}}$

のグラフを描く. $y = \sqrt{3 - \frac{x}{2}} \geq 0$. $y = \sqrt{3 - \frac{x}{2}}$ より, $y^2 = 3 - \frac{x}{2}$,
 $x = 6 - 2y^2$. $y = 0$ のとき $x = 6$, $y = 1$ のとき $x = 4$, $y = 2$ のとき
 $x = -2$, $y = 3$ のとき $x = -12$. $y = \sqrt{3 - \frac{x}{2}}$ のグラフは, 不等式 $y \geq 0$
と方程式 $x = 6 - 2y^2$ との連立で表される放物線であり, 点 $(6, 0)$, $(0, \sqrt{3})$,
 $(4, 1)$, $(-2, 2)$, $(-12, 3)$ が属す.



問9.2.2 xy 座標平面において定義域が区間 $(-\infty, \frac{15}{2}]$ である関数

$y = \sqrt{5 - \frac{2}{3}x}$ のグラフの概形を描け.

$y = \sqrt{5 - \frac{2}{3}x} \geq 0$. $y = \sqrt{5 - \frac{2}{3}x}$ より, $=$, $x =$.

$y = \sqrt{5 - \frac{2}{3}x}$ のグラフは, 不等式 $y \geq 0$ と方程式 $x =$ との連立

で表される放物線であり, 点 $(, 0), (0,), (, 1), (, 3)$ が属す.

問9.2.2 xy 座標平面において定義域が区間 $(-\infty, \frac{15}{2}]$ である関数

$y = \sqrt{5 - \frac{2}{3}x}$ のグラフの概形を描け.

$$y = \sqrt{5 - \frac{2}{3}x} \geq 0 . \quad y = \sqrt{5 - \frac{2}{3}x} \text{ より, } y^2 = 5 - \frac{2}{3}x , \quad x = \frac{15 - 3y^2}{2} .$$

$y = \sqrt{5 - \frac{2}{3}x}$ のグラフは, 不等式 $y \geq 0$ と方程式 $x = \frac{3}{2}(5 - y^2)$ との連立で表される放物線であり, 点 $(\frac{15}{2}, 0), (0, \sqrt{5}), (6, 1), (-6, 3)$ が属す.

問9.2.2 xy 座標平面において定義域が区間 $(-\infty, \frac{15}{2}]$ である関数

$y = \sqrt{5 - \frac{2}{3}x}$ のグラフの概形を描け.

$$y = \sqrt{5 - \frac{2}{3}x} \geq 0. \quad y = \sqrt{5 - \frac{2}{3}x} \text{ より, } y^2 = 5 - \frac{2}{3}x, \quad x = \frac{15 - 3y^2}{2}.$$

$y = \sqrt{5 - \frac{2}{3}x}$ のグラフは、不等式 $y \geq 0$ と方程式 $x = \frac{3}{2}(5 - y^2)$ との連立で表される放物線であり、点 $(\frac{15}{2}, 0)$, $(0, \sqrt{5})$, $(6, 1)$, $(-6, 3)$ が属す.

