

8.7 逆関数のグラフ

[定理 8.6.1] 関数 f の逆関数 f^{-1} があるとき, 任意の対象 u, v について,

$$f(u) = v \iff f^{-1}(v) = u .$$

[定理 8.6.1] 関数 f の逆関数 f^{-1} があるとき, 任意の対象 u, v について,

$$f(u) = v \iff f^{-1}(v) = u .$$

[例] 定義域が集合 $\{1, 2, 3\}$ である関数 f を次のように定める:

$$f(1) = 5, \quad f(2) = 7, \quad f(3) = 9 .$$

[定理 8.6.1] 関数 f の逆関数 f^{-1} があるとき、任意の対象 u, v について、

$$f(u) = v \iff f^{-1}(v) = u .$$

例 定義域が集合 $\{1, 2, 3\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 5 , \quad f(2) = 7 , \quad f(3) = 9 .$$

定理 8.6.1 により、 f の逆関数 f^{-1} は次のようになる：

$$f(1) = 5 \text{ なので } f^{-1}(5) = \quad ,$$

$$f(2) = 7 \text{ なので } f^{-1}(7) = \quad ,$$

$$f(3) = 9 \text{ なので } f^{-1}(9) = \quad .$$

[定理 8.6.1] 関数 f の逆関数 f^{-1} があるとき、任意の対象 u, v について、

$$f(u) = v \iff f^{-1}(v) = u .$$

例 定義域が集合 $\{1, 2, 3\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 5 , \quad f(2) = 7 , \quad f(3) = 9 .$$

定理 8.6.1 により、 f の逆関数 f^{-1} は次のようになる：

$$f(1) = 5 \text{ なので } f^{-1}(5) = 1 ,$$

$$f(2) = 7 \text{ なので } f^{-1}(7) = \quad ,$$

$$f(3) = 9 \text{ なので } f^{-1}(9) = \quad .$$

[定理 8.6.1] 関数 f の逆関数 f^{-1} があるとき、任意の対象 u, v について、

$$f(u) = v \iff f^{-1}(v) = u .$$

[例] 定義域が集合 $\{1, 2, 3\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 5 , \quad f(2) = 7 , \quad f(3) = 9 .$$

定理 8.6.1 により、 f の逆関数 f^{-1} は次のようになる：

$$f(1) = 5 \text{ なので } f^{-1}(5) = 1 ,$$

$$f(2) = 7 \text{ なので } f^{-1}(7) = 2 ,$$

$$f(3) = 9 \text{ なので } f^{-1}(9) = \quad .$$

[定理 8.6.1] 関数 f の逆関数 f^{-1} があるとき, 任意の対象 u, v について,

$$f(u) = v \iff f^{-1}(v) = u .$$

例 定義域が集合 $\{1, 2, 3\}$ である関数 f を次のように定める:

$$f(1) = 5, \quad f(2) = 7, \quad f(3) = 9 .$$

定理 8.6.1 により, f の逆関数 f^{-1} は次のようになる:

$$f(1) = 5 \text{ なので } f^{-1}(5) = 1 ,$$

$$f(2) = 7 \text{ なので } f^{-1}(7) = 2 ,$$

$$f(3) = 9 \text{ なので } f^{-1}(9) = 3 .$$

[定理 8.6.1] 関数 f の逆関数 f^{-1} があるとき、任意の対象 u, v について、

$$f(u) = v \iff f^{-1}(v) = u .$$

[例] 定義域が集合 $\{1, 2, 3\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 5 , \quad f(2) = 7 , \quad f(3) = 9 .$$

定理 8.6.1 により、 f の逆関数 f^{-1} は次のようになる：

$$f(1) = 5 \text{ なので } f^{-1}(5) = 1 ,$$

$$f(2) = 7 \text{ なので } f^{-1}(7) = 2 ,$$

$$f(3) = 9 \text{ なので } f^{-1}(9) = 3 .$$

グラフは次のようになる：

f のグラフは集合 $\{(1, 5), (2, 7), (3, 9)\}$ であり、
 f^{-1} のグラフは集合 $\{(5, 1), (7, 2), (9, 3)\}$ である。

終

[定理 8.6.1] 関数 f の逆関数 f^{-1} があるとき、任意の対象 u, v について、

$$f(u) = v \iff f^{-1}(v) = u .$$

[例] 定義域が集合 $\{1, 2, 3\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 5 , \quad f(2) = 7 , \quad f(3) = 9 .$$

定理 8.6.1 により、 f の逆関数 f^{-1} は次のようになる：

$$f(1) = 5 \text{ なので } f^{-1}(5) = 1 ,$$

$$f(2) = 7 \text{ なので } f^{-1}(7) = 2 ,$$

$$f(3) = 9 \text{ なので } f^{-1}(9) = 3 .$$

グラフは次のようになる：

f のグラフは集合 $\{(1, 5), (2, 7), (3, 9)\}$ であり、
 f^{-1} のグラフは集合 $\{(5, 1), (7, 2), (9, 3)\}$ である。

終

このように、関数 f のグラフの点と対応する逆関数 f^{-1} のグラフの点とは成分が入れ替わる。

問8.7 定義域が集合 $\{1,3,5\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 4, \quad f(3) = 6, \quad f(5) = 8.$$

f^{-1} のグラフを求めよ.

f の逆関数 f^{-1} のグラフは集合 $\{(4,1), (6,3), (8,5)\}$ である.

問8.7 定義域が集合 $\{1,3,5\}$ である関数 f を次のように定める：

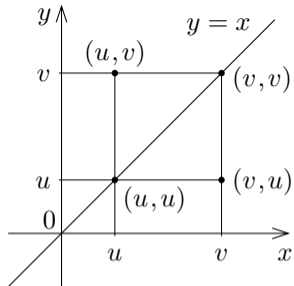
$$f(1) = 4, \quad f(3) = 6, \quad f(5) = 8.$$

f^{-1} のグラフを求めよ.

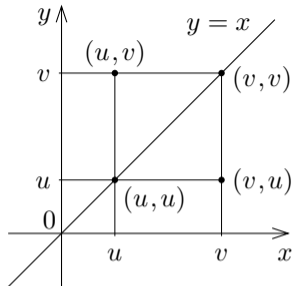
f の逆関数 f^{-1} のグラフは集合 $\{(4,1), (6,3), (8,5)\}$ である.

終

実数 u, v について, $u \neq v$ のとき,
 xy 座標平面において点 (u, u) と (u, v)
と (v, v) と (v, u) とは正方形の頂点であ
り, 正方形の頂点 (u, u) と (v, v) とを結
ぶ対角線は直線 $y = x$ に含まれる. よっ
て点 (u, v) と点 (v, u) とは直線 $y = x$
に関して対称である.

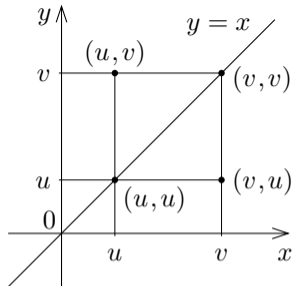


実数 u, v について, $u \neq v$ のとき,
 xy 座標平面において点 (u, u) と (u, v)
と (v, v) と (v, u) とは正方形の頂点であ
り, 正方形の頂点 (u, u) と (v, v) とを結
ぶ対角線は直線 $y = x$ に含まれる. よっ
て点 (u, v) と点 (v, u) とは直線 $y = x$
に関して対称である.



実数 u, v について, $u = v$ のとき, $(u, v) = (v, u)$ で, xy 座標平面におい
てこの点は直線 $y = x$ に属す. よって点 (u, v) と点 (v, u) とは直線 $y = x$
に関して対称である.

実数 u, v について, $u \neq v$ のとき,
 xy 座標平面において点 (u, u) と (u, v)
と (v, v) と (v, u) とは正方形の頂点であ
り, 正方形の頂点 (u, u) と (v, v) とを結
ぶ対角線は直線 $y = x$ に含まれる. よっ
て点 (u, v) と点 (v, u) とは直線 $y = x$
に関して対称である.



実数 u, v について, $u = v$ のとき, $(u, v) = (v, u)$ で, xy 座標平面におい
てこの点は直線 $y = x$ に属す. よって点 (u, v) と点 (v, u) とは直線 $y = x$
に関して対称である.

[定理] 任意の実数 u, v について, xy 座標平面において点 (u, v) と点 (v, u)
とは直線 $y = x$ に関して対称である.

例 定義域が集合 $\{1,5,6\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 3, \quad f(5) = 4, \quad f(6) = 8.$$

例 定義域が集合 $\{1,5,6\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 3, \quad f(5) = 4, \quad f(6) = 8.$$

f の逆関数 f^{-1} は次のようになる：

$$f(1) = 3 \quad \text{なので} \quad f^{-1}(3) = 1,$$

$$f(5) = 4 \quad \text{なので} \quad f^{-1}(4) = 5,$$

$$f(6) = 8 \quad \text{なので} \quad f^{-1}(8) = 6.$$

任意の実数 u と v について

$$f(u) = v \iff f^{-1}(v) = u.$$

例 定義域が集合 $\{1,5,6\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 3, \quad f(5) = 4, \quad f(6) = 8.$$

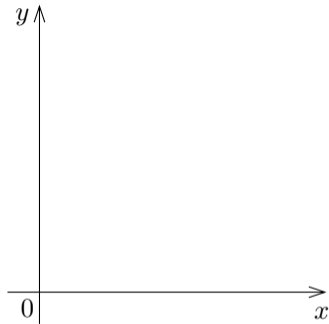
f の逆関数 f^{-1} は次のようになる：

$$f(1) = 3 \text{ なので } f^{-1}(3) = 1,$$

$$f(5) = 4 \text{ なので } f^{-1}(4) = 5,$$

$$f(6) = 8 \text{ なので } f^{-1}(8) = 6.$$

グラフは次のようになる：



例 定義域が集合 $\{1,5,6\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 3, \quad f(5) = 4, \quad f(6) = 8.$$

f の逆関数 f^{-1} は次のようになる：

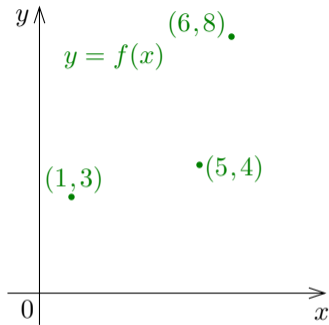
$$f(1) = 3 \text{ なので } f^{-1}(3) = 1,$$

$$f(5) = 4 \text{ なので } f^{-1}(4) = 5,$$

$$f(6) = 8 \text{ なので } f^{-1}(8) = 6.$$

グラフは次のようになる：

f のグラフは集合 $\{(1,3), (5,4), (6,8)\}$ であり、



例 定義域が集合 $\{1,5,6\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 3, \quad f(5) = 4, \quad f(6) = 8.$$

f の逆関数 f^{-1} は次のようになる：

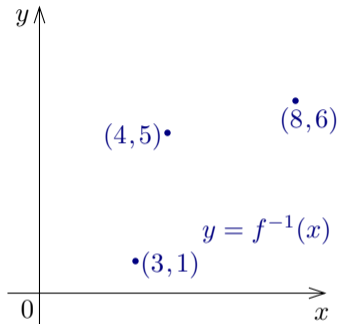
$$f(1) = 3 \text{ なので } f^{-1}(3) = 1,$$

$$f(5) = 4 \text{ なので } f^{-1}(4) = 5,$$

$$f(6) = 8 \text{ なので } f^{-1}(8) = 6.$$

グラフは次のようになる：

f のグラフは集合 $\{(1,3), (5,4), (6,8)\}$ であり、
 f^{-1} のグラフは集合 $\{(3,1), (4,5), (8,6)\}$ である。



例 定義域が集合 $\{1,5,6\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 3, \quad f(5) = 4, \quad f(6) = 8.$$

f の逆関数 f^{-1} は次のようになる：

$$f(1) = 3 \quad \text{なので} \quad f^{-1}(3) = 1,$$

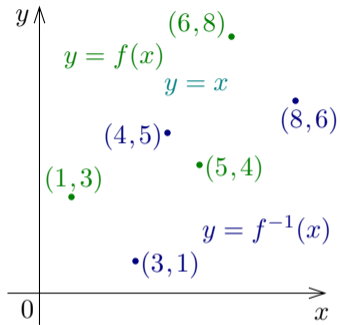
$$f(5) = 4 \quad \text{なので} \quad f^{-1}(4) = 5,$$

$$f(6) = 8 \quad \text{なので} \quad f^{-1}(8) = 6.$$

グラフは次のようになる：

f のグラフは集合 $\{(1,3), (5,4), (6,8)\}$ であり、
 f^{-1} のグラフは集合 $\{(3,1), (4,5), (8,6)\}$ である。

xy 座標平面において f のグラフと f^{-1} のグラフを考える。



例 定義域が集合 $\{1,5,6\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 3, \quad f(5) = 4, \quad f(6) = 8.$$

f の逆関数 f^{-1} は次のようになる：

$$f(1) = 3 \text{ なので } f^{-1}(3) = 1,$$

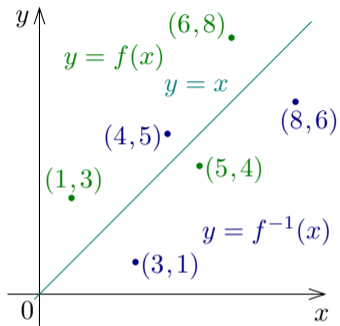
$$f(5) = 4 \text{ なので } f^{-1}(4) = 5,$$

$$f(6) = 8 \text{ なので } f^{-1}(8) = 6.$$

グラフは次のようになる：

f のグラフは集合 $\{(1,3), (5,4), (6,8)\}$ であり、
 f^{-1} のグラフは集合 $\{(3,1), (4,5), (8,6)\}$ である。

xy 座標平面において f のグラフと f^{-1} のグラフを考える。直線 $y = x$ に関して、点 $(3,1)$ は点 $(1,3)$ と対称であり、点 $(4,5)$ は点 $(5,4)$ と対称であり、点 $(8,6)$ は点 $(6,8)$ と対称である。



例 定義域が集合 $\{1,5,6\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(1) = 3, \quad f(5) = 4, \quad f(6) = 8.$$

f の逆関数 f^{-1} は次のようになる：

$$f(1) = 3 \text{ なので } f^{-1}(3) = 1,$$

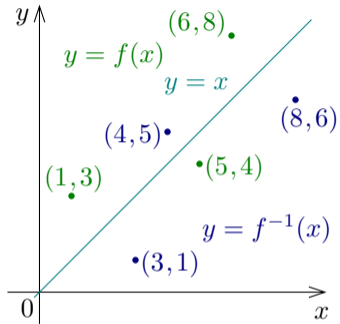
$$f(5) = 4 \text{ なので } f^{-1}(4) = 5,$$

$$f(6) = 8 \text{ なので } f^{-1}(8) = 6.$$

グラフは次のようになる：

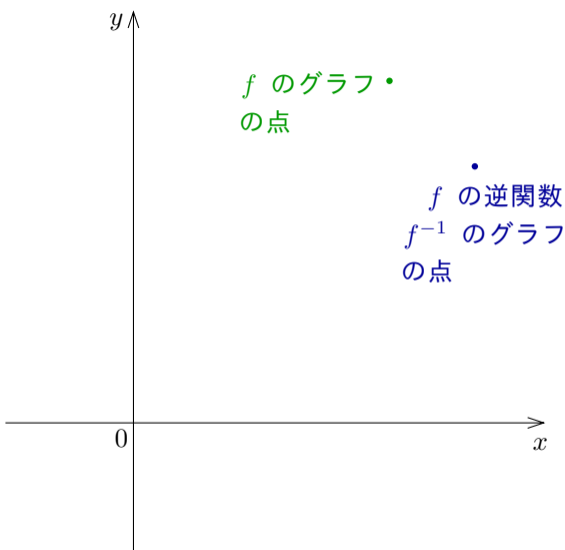
f のグラフは集合 $\{(1,3), (5,4), (6,8)\}$ であり、
 f^{-1} のグラフは集合 $\{(3,1), (4,5), (8,6)\}$ である。

xy 座標平面において f のグラフと f^{-1} のグラフを考える。直線 $y = x$ に関して、点 $(3,1)$ は点 $(1,3)$ と対称であり、点 $(4,5)$ は点 $(5,4)$ と対称であり、点 $(8,6)$ は点 $(6,8)$ と対称である。よって、 f^{-1} のグラフは f のグラフと直線 $y = x$ に関して対称である。

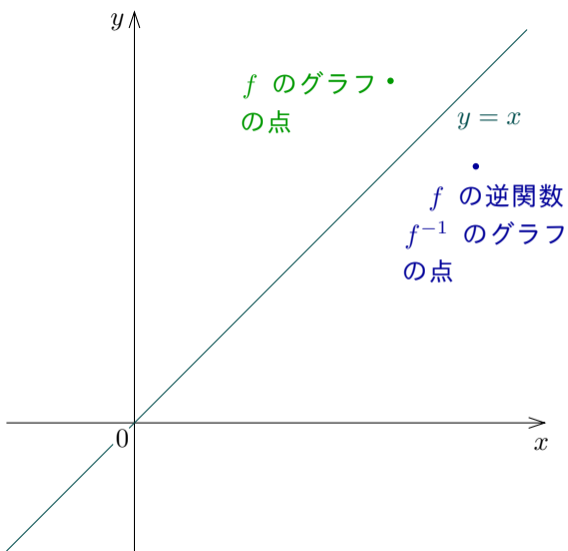


関数 f のグラフの点と対応する逆関数 f^{-1} のグラフの点とでは成分が入れ替わる.

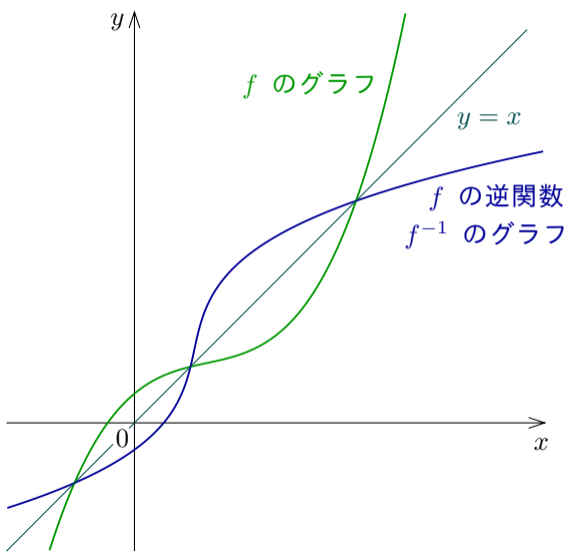
関数 f のグラフの点と対応する逆関数 f^{-1} のグラフの点とでは成分が入れ替わる． xy 座標平面において，関数 f のグラフの点と対応する逆関数 f^{-1} のグラフの点とでは x 座標と y 座標とが入れ替わる．



関数 f のグラフの点と対応する逆関数 f^{-1} のグラフの点とでは成分が入れ替わる． xy 座標平面において，関数 f のグラフの点と対応する逆関数 f^{-1} のグラフの点とでは x 座標と y 座標とが入れ替わる． x 座標と y 座標とが入れ替わった点は元の点と直線 $y = x$ に関して対称である．



関数 f のグラフの点と対応する逆関数 f^{-1} のグラフの点とでは成分が入れ替わる． xy 座標平面において，関数 f のグラフの点と対応する逆関数 f^{-1} のグラフの点とでは x 座標と y 座標とが入れ替わる． x 座標と y 座標とが入れ替わった点は元の点と直線 $y = x$ に関して対称である．よって， f^{-1} のグラフは f のグラフと直線 $y = x$ に関して対称である．



[定理 8.6.1] 関数 f の逆関数 f^{-1} があるとき, 任意の対象 u, v について,

$$f(u) = v \iff f^{-1}(v) = u .$$

[定理 8.6.1] 関数 f の逆関数 f^{-1} があるとき, 任意の対象 u, v について,

$$f(u) = v \iff f^{-1}(v) = u .$$

関数 f の逆関数 f^{-1} があるとする. 任意の実数 u, v について, 定理 8.6.1 により,

$$\begin{aligned} \text{点 } (u, v) \text{ が } f \text{ のグラフに属す} &\iff f(u) = v \iff f^{-1}(v) = u \\ &\iff \text{点 } (v, u) \text{ が } f^{-1} \text{ のグラフに属す} . \end{aligned}$$

[定理 8.6.1] 関数 f の逆関数 f^{-1} があるとき, 任意の対象 u, v について,

$$f(u) = v \iff f^{-1}(v) = u .$$

関数 f の逆関数 f^{-1} があるとする. 任意の実数 u, v について, 定理 8.6.1 により,

$$\begin{aligned} \text{点 } (u, v) \text{ が } f \text{ のグラフに属す} &\iff f(u) = v \iff f^{-1}(v) = u \\ &\iff \text{点 } (v, u) \text{ が } f^{-1} \text{ のグラフに属す} . \end{aligned}$$

点 (u, v) と点 (v, u) とは直線 $y = x$ に関して対称である. 従って f のグラフと f^{-1} のグラフとは直線 $y = x$ に関して対称である.

[定理 8.6.1] 関数 f の逆関数 f^{-1} があるとき、任意の対象 u, v について、

$$f(u) = v \iff f^{-1}(v) = u .$$

関数 f の逆関数 f^{-1} があるとする。任意の実数 u, v について、定理 8.6.1 により、

$$\begin{aligned} \text{点 } (u, v) \text{ が } f \text{ のグラフに属す} &\iff f(u) = v \iff f^{-1}(v) = u \\ &\iff \text{点 } (v, u) \text{ が } f^{-1} \text{ のグラフに属す} . \end{aligned}$$

点 (u, v) と点 (v, u) とは直線 $y = x$ に関して対称である。従って f のグラフと f^{-1} のグラフとは直線 $y = x$ に関して対称である。

[定理 8.7] xy 座標平面において、関数 f の逆関数 f^{-1} のグラフは f のグラフと直線 $y = x$ に関して対称である。