

8.2 関数の値域

関数 f の値の全体を f の値域という.

[定義] 関数 f の値域とは, f の定義域の要素 x における f の値 $f(x)$ の全体

$$\{ y \mid y = f(x) \text{ となる } f \text{ の定義域の要素 } x \text{ がある} \}$$

である.

例 定義域が集合 $\{2,3,6\}$ である関数 f を
次のように定める：

$$f(2) = 4, \quad f(3) = 1, \quad f(6) = 5.$$

例 定義域が集合 $\{2,3,6\}$ である関数 f を
次のように定める：

$$f(2) = 4, \quad f(3) = 1, \quad f(6) = 5.$$

関数 f の値域は次の集合である：

$$\{f(2), f(3), f(6)\} = \{4, 1, 5\} = \{1, 4, 5\}.$$

例 定義域が集合 $\{2,3,6\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(2) = 4, \quad f(3) = 1, \quad f(6) = 5.$$

関数 f の値域は次の集合である：

$$\{f(2), f(3), f(6)\} = \{4, 1, 5\} = \{1, 4, 5\}.$$

関数 f のグラフは次の集合である：

$$\{(2, 4), (3, 1), (6, 5)\}$$

例 定義域が集合 $\{2,3,6\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(2) = 4, \quad f(3) = 1, \quad f(6) = 5.$$

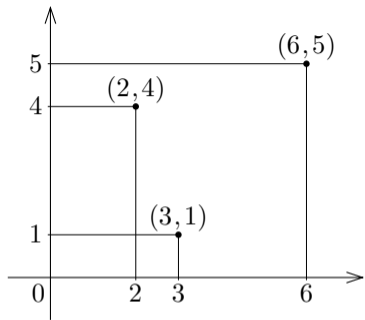
関数 f の値域は次の集合である：

$$\{f(2), f(3), f(6)\} = \{4, 1, 5\} = \{1, 4, 5\}.$$

関数 f のグラフは次の集合である：

$$\{(2, 4), (3, 1), (6, 5)\}$$

この集合を座標平面で図示すると右上図のようになる。



終

問8.2.1 定義域が集合 $\{2, 5, 7, 8\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(2) = 3, \quad f(5) = 9, \quad f(7) = 6, \quad f(8) = 4.$$

関数 f の値域を求めよ.

f の値域は集合 $\{ \quad, \quad, \quad, \quad \}$ である.

問8.2.1 定義域が集合 $\{2,5,7,8\}$ である関数 f を次のように定める：

$$f(2) = 3, \quad f(5) = 9, \quad f(7) = 6, \quad f(8) = 4.$$

関数 f の値域を求めよ.

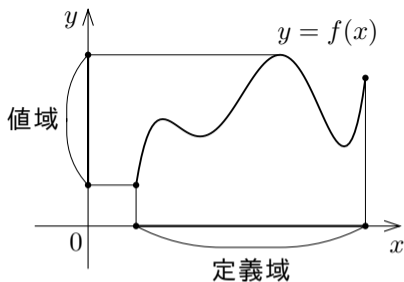
f の値域は集合 $\{3,4,6,9\}$ である.

関数 f の独立変数を x とおき従属
変数を y とおく : $y = f(x)$.

関数 f の独立変数を x とおき従属変数を y とおく： $y = f(x)$. 独立変数 x は f の定義域の要素を表す変数なので、 f の定義域が x の値の範囲である.

関数 f の独立変数を x とおき従属変数を y とおく： $y = f(x)$. 独立変数 x は f の定義域の要素を表す変数なので、 f の定義域が x の値の範囲である．また、 f の値域は $f(x)$ の値つまり従属変数 y の値の範囲である．

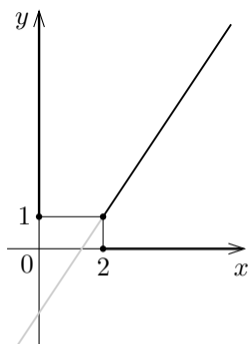
関数 f の独立変数を x とおき従属変数を y とおく： $y = f(x)$ ．独立変数 x は f の定義域の要素を表す変数なので， f の定義域が x の値の範囲である．また， f の値域は $f(x)$ の値つまり従属変数 y の値の範囲である． xy 座標平面において，



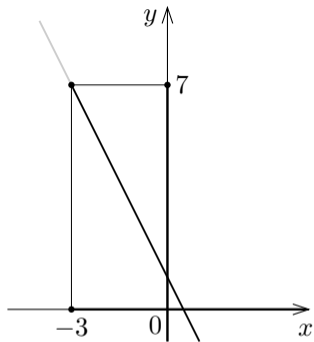
関数 f の定義域は $y = f(x)$ のグラフに属す点の x 座標の全体であり，
関数 f の値域は $y = f(x)$ のグラフに属す点の y 座標の全体である．

幾つかの 1 次関数について xy 座標平面における定義域と値域とを図示する.

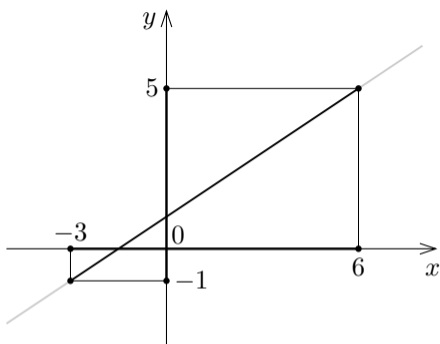
例 定義域が区間 $[2, \infty)$ である関数 $y = \frac{3}{2}x - 2$ について、グラフは右図のようであり、値域は区間 $[1, \infty)$ である。



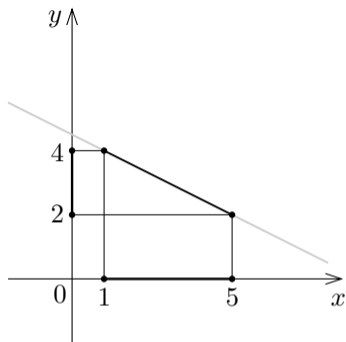
例 定義域が区間 $[-3, \infty)$ である関数 $y = -2x + 1$ について、グラフは右図のようであり、値域は区間 $(-\infty, 7]$ である。



例 定義域が区間 $[-3,6]$ である
関数 $y = \frac{2}{3}x + 1$ について、グ
ラフは右図のようであり、値域
は区間 $[-1,5]$ である。



例 定義域が区間 $[1,5]$ である関数 $y = -\frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$ について、グラフは右図のようであり、値域は区間 $[2,4]$ である。



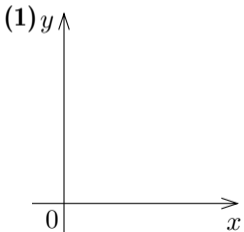
問8.2.2 以下の1次関数について、グラフの概形を描いて値域を求めよ。

(1) 定義域が区間 $[2, \infty)$ である関数 $\frac{3}{4}x + \frac{7}{2}$.

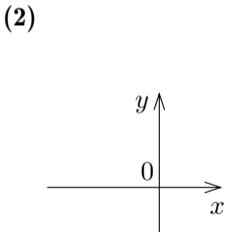
(2) 定義域が区間 $[-6, \infty)$ である関数 $-\frac{2}{3}x - 1$.

(3) 定義域が区間 $[-1, 5]$ である関数 $2x - 3$.

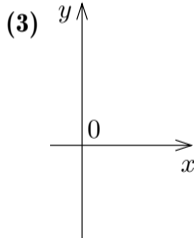
(4) 定義域が区間 $[-2, 6]$ である関数 $-\frac{3}{2}x + 5$.



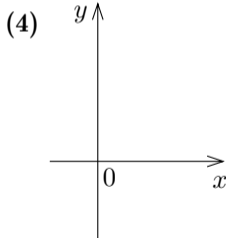
値域は区間



値域は区間



値域は区間



値域は区間

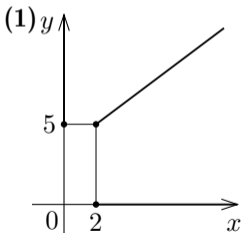
問8.2.2 以下の1次関数について、グラフの概形を描いて値域を求めよ。

(1) 定義域が区間 $[2, \infty)$ である関数 $\frac{3}{4}x + \frac{7}{2}$.

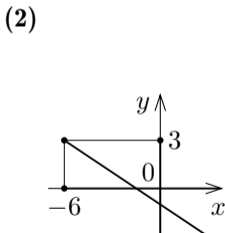
(2) 定義域が区間 $[-6, \infty)$ である関数 $-\frac{2}{3}x - 1$.

(3) 定義域が区間 $[-1, 5]$ である関数 $2x - 3$.

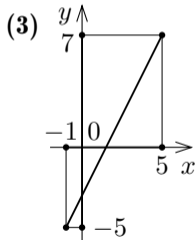
(4) 定義域が区間 $[-2, 6]$ である関数 $-\frac{3}{2}x + 5$.



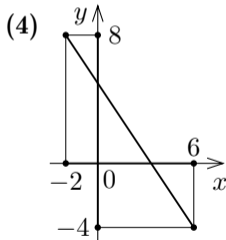
値域は区間



値域は区間



値域は区間



値域は区間

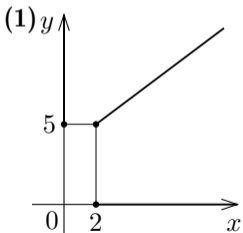
問8.2.2 以下の1次関数について、グラフの概形を描いて値域を求めよ。

(1) 定義域が区間 $[2, \infty)$ である関数 $\frac{3}{4}x + \frac{7}{2}$.

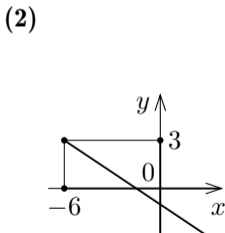
(2) 定義域が区間 $[-6, \infty)$ である関数 $-\frac{2}{3}x - 1$.

(3) 定義域が区間 $[-1, 5]$ である関数 $2x - 3$.

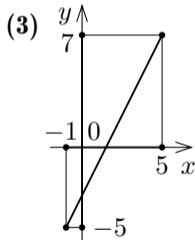
(4) 定義域が区間 $[-2, 6]$ である関数 $-\frac{3}{2}x + 5$.



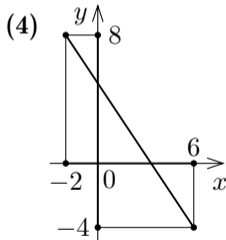
値域は区間
 $[5, \infty)$.



値域は区間
 $(-\infty, 3]$.



値域は区間
 $[-5, 7]$.

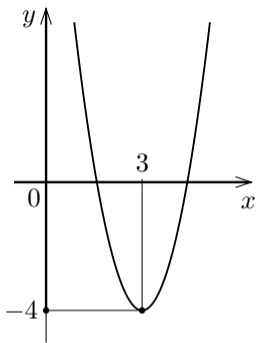


値域は区間
 $[-4, 8]$.

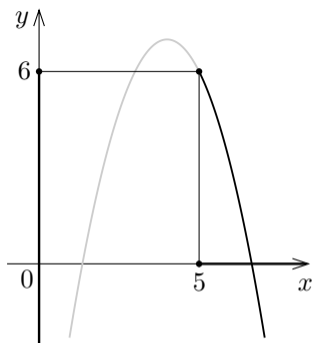
終

幾つかの 2 次関数について xy 座標平面における定義域と値域とを図示する.

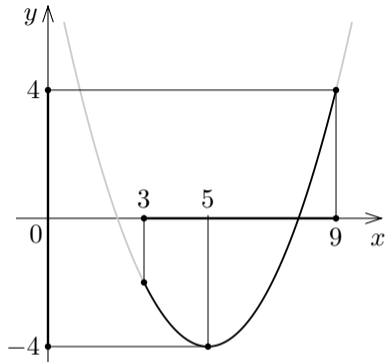
例 定義域が実数全体である関数
 $y = 2(x - 3)^2 - 4$ について、グ
ラフは右図のようであり、値域
は区間 $[-4, \infty)$ である.



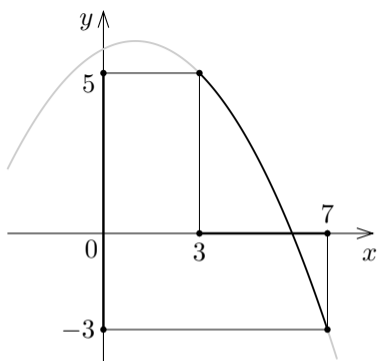
例 定義域が区間 $[5, \infty)$ である関数 $y = -(x-4)^2 + 7$ について、グラフは右図のようであり、値域は区間 $(-\infty, 6]$ である。



例 定義域が区間 $[3, 9]$ である関数 $y = \frac{1}{2}(x-5)^2 - 4$ について、グラフは右図のようであり、値域は区間 $[-4, 4]$ である。



例 定義域が区間 $[3, 7]$ である関数 $y = -\frac{1}{4}(x-1)^2 + 6$ について、グラフは右図のようであり、値域は区間 $[-3, 5]$ である。



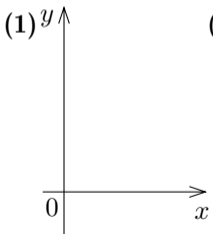
問8.2.3 以下の2次関数について、グラフの概形を描いて値域を求めよ。

(1) 定義域が実数全体である関数 $-2(x-3)^2+7$.

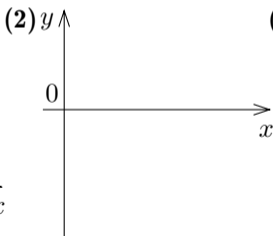
(2) 定義域が区間 $[3, \infty)$ である関数 $\frac{1}{2}(x-5)^2-4$.

(3) 定義域が区間 $[2, 8]$ である関数 $-\frac{1}{4}(x-6)^2+3$.

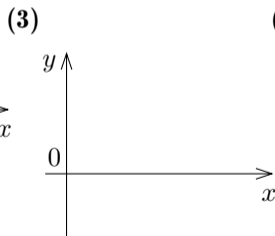
(4) 定義域が区間 $[1, 4]$ である関数 $\frac{1}{3}(x-7)^2-8$.



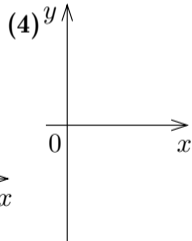
値域は区間



値域は区間



値域は区間



値域は区間

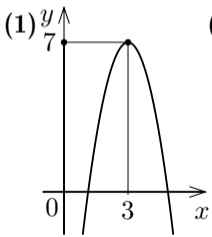
問8.2.3 以下の2次関数について、グラフの概形を描いて値域を求めよ。

(1) 定義域が実数全体である関数 $-2(x-3)^2+7$.

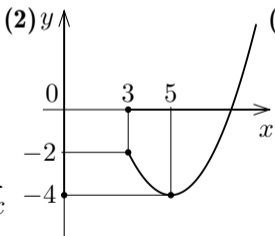
(2) 定義域が区間 $[3, \infty)$ である関数 $\frac{1}{2}(x-5)^2-4$.

(3) 定義域が区間 $[2, 8]$ である関数 $-\frac{1}{4}(x-6)^2+3$.

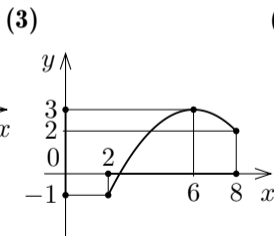
(4) 定義域が区間 $[1, 4]$ である関数 $\frac{1}{3}(x-7)^2-8$.



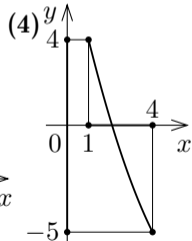
値域は区間



値域は区間



値域は区間



値域は区間

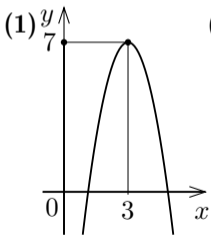
問8.2.3 以下の2次関数について、グラフの概形を描いて値域を求めよ。

(1) 定義域が実数全体である関数 $-2(x-3)^2+7$.

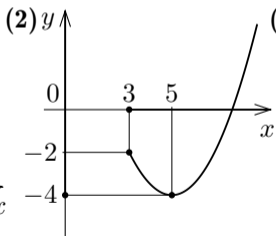
(2) 定義域が区間 $[3, \infty)$ である関数 $\frac{1}{2}(x-5)^2-4$.

(3) 定義域が区間 $[2, 8]$ である関数 $-\frac{1}{4}(x-6)^2+3$.

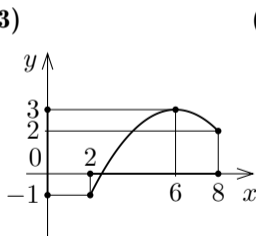
(4) 定義域が区間 $[1, 4]$ である関数 $\frac{1}{3}(x-7)^2-8$.



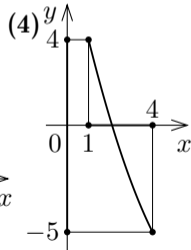
値域は区間
 $(-\infty, 7]$.



値域は区間
 $[-4, \infty)$.



値域は区間
 $[-1, 3]$.



値域は区間
 $[-5, 4]$. **終**