

## 7.5 加法定理

加法定理といわれる次の定理がある：任意の一般角  $\alpha$  と  $\beta$  について、

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta ,$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta ,$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta ,$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta .$$

この加法定理は重要な定理である。

加法定理といわれる次の定理がある：任意の一般角  $\alpha$  と  $\beta$  について、

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta ,$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta ,$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta ,$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta .$$

この加法定理は重要な定理である。通常は次のように述べられる。

[正弦と余弦の加法定理] 任意の一般角  $\alpha$  と  $\beta$  について、

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta \quad (\text{複号同順}) .$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta \quad (\text{複号同順}) .$$

余弦の加法定理において左辺と右辺とで現れる複号が異なる。

角度  $75^\circ$  の正弦  $\sin 75^\circ$  及び余弦  $\cos 75^\circ$  を計算する.

角度  $75^\circ$  の正弦  $\sin 75^\circ$  及び余弦  $\cos 75^\circ$  を計算する. 正弦の加法定理により,

$$\sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ)$$

角度  $75^\circ$  の正弦  $\sin 75^\circ$  及び余弦  $\cos 75^\circ$  を計算する. 正弦の加法定理により,

$$\sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$$

角度  $75^\circ$  の正弦  $\sin 75^\circ$  及び余弦  $\cos 75^\circ$  を計算する．正弦の加法定理により，

$$\sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$
$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad , \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad , \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad , \quad \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

角度  $75^\circ$  の正弦  $\sin 75^\circ$  及び余弦  $\cos 75^\circ$  を計算する．正弦の加法定理により，

$$\begin{aligned}\sin 75^\circ &= \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} .\end{aligned}$$

角度  $75^\circ$  の正弦  $\sin 75^\circ$  及び余弦  $\cos 75^\circ$  を計算する. 正弦の加法定理により,

$$\begin{aligned}\sin 75^\circ &= \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} .\end{aligned}$$

余弦の加法定理により,

$$\cos 75^\circ = \cos(45^\circ + 30^\circ)$$

角度  $75^\circ$  の正弦  $\sin 75^\circ$  及び余弦  $\cos 75^\circ$  を計算する．正弦の加法定理により，

$$\begin{aligned}\sin 75^\circ &= \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} .\end{aligned}$$

余弦の加法定理により，

$$\begin{aligned}\cos 75^\circ &= \cos(45^\circ + 30^\circ) = \cos 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \sin 30^\circ \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta\end{aligned}$$

角度  $75^\circ$  の正弦  $\sin 75^\circ$  及び余弦  $\cos 75^\circ$  を計算する. 正弦の加法定理により,

$$\begin{aligned}\sin 75^\circ &= \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} .\end{aligned}$$

余弦の加法定理により,

$$\begin{aligned}\cos 75^\circ &= \cos(45^\circ + 30^\circ) = \cos 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ \sin 45^\circ &= \frac{\sqrt{2}}{2} , \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} , \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} , \quad \sin 30^\circ = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

角度  $75^\circ$  の正弦  $\sin 75^\circ$  及び余弦  $\cos 75^\circ$  を計算する. 正弦の加法定理により,

$$\begin{aligned}\sin 75^\circ &= \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} .\end{aligned}$$

余弦の加法定理により,

$$\begin{aligned}\cos 75^\circ &= \cos(45^\circ + 30^\circ) = \cos 45^\circ \cos 30^\circ - \sin 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} .\end{aligned}$$

角度  $15^\circ$  の正弦  $\sin 15^\circ$  及び余弦  $\cos 15^\circ$  を計算する.

角度  $15^\circ$  の正弦  $\sin 15^\circ$  及び余弦  $\cos 15^\circ$  を計算する. 正弦の加法定理により,

$$\sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ)$$

角度  $15^\circ$  の正弦  $\sin 15^\circ$  及び余弦  $\cos 15^\circ$  を計算する. 正弦の加法定理により,

$$\sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

角度  $15^\circ$  の正弦  $\sin 15^\circ$  及び余弦  $\cos 15^\circ$  を計算する．正弦の加法定理により，

$$\sin 15^\circ = \sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2}$$
$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad , \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad , \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad , \quad \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

角度  $15^\circ$  の正弦  $\sin 15^\circ$  及び余弦  $\cos 15^\circ$  を計算する．正弦の加法定理により，

$$\begin{aligned}\sin 15^\circ &= \sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} .\end{aligned}$$

角度  $15^\circ$  の正弦  $\sin 15^\circ$  及び余弦  $\cos 15^\circ$  を計算する. 正弦の加法定理により,

$$\begin{aligned}\sin 15^\circ &= \sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} .\end{aligned}$$

余弦の加法定理により,

$$\cos 15^\circ = \cos(45^\circ - 30^\circ)$$

角度  $15^\circ$  の正弦  $\sin 15^\circ$  及び余弦  $\cos 15^\circ$  を計算する. 正弦の加法定理により,

$$\begin{aligned}\sin 15^\circ &= \sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} .\end{aligned}$$

余弦の加法定理により,

$$\begin{aligned}\cos 15^\circ &= \cos(45^\circ - 30^\circ) = \cos 45^\circ \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \sin 30^\circ \\ \cos(\alpha - \beta) &= \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta\end{aligned}$$

角度  $15^\circ$  の正弦  $\sin 15^\circ$  及び余弦  $\cos 15^\circ$  を計算する. 正弦の加法定理により,

$$\begin{aligned}\sin 15^\circ &= \sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} .\end{aligned}$$

余弦の加法定理により,

$$\begin{aligned}\cos 15^\circ &= \cos(45^\circ - 30^\circ) = \cos 45^\circ \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ \sin 45^\circ &= \frac{\sqrt{2}}{2} , \quad \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} , \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} , \quad \sin 30^\circ = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

角度  $15^\circ$  の正弦  $\sin 15^\circ$  及び余弦  $\cos 15^\circ$  を計算する. 正弦の加法定理により,

$$\begin{aligned}\sin 15^\circ &= \sin(45^\circ - 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ - \cos 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4} .\end{aligned}$$

余弦の加法定理により,

$$\begin{aligned}\cos 15^\circ &= \cos(45^\circ - 30^\circ) = \cos 45^\circ \cos 30^\circ + \sin 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} .\end{aligned}$$

**例** 一般角  $\theta$  について  $\sin\theta = \frac{3}{5}$  かつ  $\cos\theta = \frac{4}{5}$  とする. 次の式を計算する:  
 $\sin(\theta + 30^\circ)$ ,  $\cos(\theta + 30^\circ)$ .

例 一般角  $\theta$  について  $\sin\theta = \frac{3}{5}$  かつ  $\cos\theta = \frac{4}{5}$  とする. 次の式を計算する:  
 $\sin(\theta + 30^\circ)$ ,  $\cos(\theta + 30^\circ)$ . 正弦の加法定理により,

$$\sin(\theta + 30^\circ) = \sin\theta \cos 30^\circ + \cos\theta \sin 30^\circ$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$$

**例** 一般角  $\theta$  について  $\sin\theta = \frac{3}{5}$  かつ  $\cos\theta = \frac{4}{5}$  とする. 次の式を計算する:  
 $\sin(\theta + 30^\circ)$ ,  $\cos(\theta + 30^\circ)$ . 正弦の加法定理により,

$$\sin(\theta + 30^\circ) = \sin\theta \cos 30^\circ + \cos\theta \sin 30^\circ = \frac{3}{5} \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{4}{5} \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

例 一般角  $\theta$  について  $\sin\theta = \frac{3}{5}$  かつ  $\cos\theta = \frac{4}{5}$  とする. 次の式を計算する:  
 $\sin(\theta + 30^\circ)$ ,  $\cos(\theta + 30^\circ)$ . 正弦の加法定理により,

$$\sin(\theta + 30^\circ) = \sin\theta \cos 30^\circ + \cos\theta \sin 30^\circ = \frac{3}{5} \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{4}{5} \frac{1}{2} = \frac{4 + 3\sqrt{3}}{10}.$$

例 一般角  $\theta$  について  $\sin\theta = \frac{3}{5}$  かつ  $\cos\theta = \frac{4}{5}$  とする. 次の式を計算する:  
 $\sin(\theta + 30^\circ)$ ,  $\cos(\theta + 30^\circ)$ . 正弦の加法定理により,

$$\sin(\theta + 30^\circ) = \sin\theta \cos 30^\circ + \cos\theta \sin 30^\circ = \frac{3}{5} \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{4}{5} \frac{1}{2} = \frac{4 + 3\sqrt{3}}{10}.$$

余弦の加法定理により,

$$\cos(\theta + 30^\circ) = \cos\theta \cos 30^\circ - \sin\theta \sin 30^\circ$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$$

**例** 一般角  $\theta$  について  $\sin\theta = \frac{3}{5}$  かつ  $\cos\theta = \frac{4}{5}$  とする. 次の式を計算する:  
 $\sin(\theta + 30^\circ)$ ,  $\cos(\theta + 30^\circ)$ . 正弦の加法定理により,

$$\sin(\theta + 30^\circ) = \sin\theta \cos 30^\circ + \cos\theta \sin 30^\circ = \frac{3}{5} \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{4}{5} \frac{1}{2} = \frac{4 + 3\sqrt{3}}{10}.$$

余弦の加法定理により,

$$\cos(\theta + 30^\circ) = \cos\theta \cos 30^\circ - \sin\theta \sin 30^\circ = \frac{4}{5} \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{5} \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

例 一般角  $\theta$  について  $\sin\theta = \frac{3}{5}$  かつ  $\cos\theta = \frac{4}{5}$  とする. 次の式を計算する:  
 $\sin(\theta + 30^\circ)$ ,  $\cos(\theta + 30^\circ)$ . 正弦の加法定理により,

$$\sin(\theta + 30^\circ) = \sin\theta \cos 30^\circ + \cos\theta \sin 30^\circ = \frac{3}{5} \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{4}{5} \frac{1}{2} = \frac{4 + 3\sqrt{3}}{10}.$$

余弦の加法定理により,

$$\cos(\theta + 30^\circ) = \cos\theta \cos 30^\circ - \sin\theta \sin 30^\circ = \frac{4}{5} \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{3}{5} \frac{1}{2} = \frac{4\sqrt{3} - 3}{10}. \quad \square$$

**問7.5.1** 一般角  $\theta$  について  $\sin\theta = \frac{3}{4}$  かつ  $\cos\theta = \frac{\sqrt{7}}{4}$  とする. 次の式を計算せよ:  $\sin(\theta + 60^\circ)$ ,  $\cos(\theta + 60^\circ)$ .

正弦の加法定理により,

$$\sin(\theta + 60^\circ) =$$

**問7.5.1** 一般角  $\theta$  について  $\sin\theta = \frac{3}{4}$  かつ  $\cos\theta = \frac{\sqrt{7}}{4}$  とする. 次の式を計算せよ:  $\sin(\theta + 60^\circ)$ ,  $\cos(\theta + 60^\circ)$ .

正弦の加法定理により,

$$\sin(\theta + 60^\circ) = \sin\theta \cos 60^\circ + \cos\theta \sin 60^\circ = \frac{3}{4} \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{4} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3 + \sqrt{21}}{8} .$$

余弦の加法定理により,

$$\cos(\theta + 60^\circ) =$$

**問7.5.1** 一般角  $\theta$  について  $\sin\theta = \frac{3}{4}$  かつ  $\cos\theta = \frac{\sqrt{7}}{4}$  とする. 次の式を計算せよ:  $\sin(\theta + 60^\circ)$ ,  $\cos(\theta + 60^\circ)$ .

正弦の加法定理により,

$$\sin(\theta + 60^\circ) = \sin\theta \cos 60^\circ + \cos\theta \sin 60^\circ = \frac{3}{4} \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{7}}{4} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3 + \sqrt{21}}{8} .$$

余弦の加法定理により,

$$\cos(\theta + 60^\circ) = \cos\theta \cos 60^\circ - \sin\theta \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{7}}{4} \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{7} - 3\sqrt{3}}{8} . \quad \boxed{\text{終}}$$

例 一般角  $\theta$  について  $\sin \theta = \frac{2}{3}$  かつ  $\cos \theta < 0$  とする. 次の式を計算する:  
 $\sin(\theta - 60^\circ)$ ,  $\cos(\theta - 60^\circ)$ .

例 一般角  $\theta$  について  $\sin\theta = \frac{2}{3}$  かつ  $\cos\theta < 0$  とする. 次の式を計算する:

$\sin(\theta - 60^\circ)$ ,  $\cos(\theta - 60^\circ)$ .

$(\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2 = 1$  なので,

$$(\cos\theta)^2 = 1 - (\sin\theta)^2 = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9},$$

例 一般角  $\theta$  について  $\sin\theta = \frac{2}{3}$  かつ  $\cos\theta < 0$  とする. 次の式を計算する:  
 $\sin(\theta - 60^\circ)$ ,  $\cos(\theta - 60^\circ)$ .

$(\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2 = 1$  なので,

$$(\cos\theta)^2 = 1 - (\sin\theta)^2 = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9},$$

$\cos\theta < 0$  なので

$$\cos\theta = -\sqrt{\frac{5}{9}} = -\frac{\sqrt{5}}{3}.$$

例 一般角  $\theta$  について  $\sin\theta = \frac{2}{3}$  かつ  $\cos\theta < 0$  とする. 次の式を計算する:  
 $\sin(\theta - 60^\circ)$ ,  $\cos(\theta - 60^\circ)$ .

$(\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2 = 1$  なので,

$$(\cos\theta)^2 = 1 - (\sin\theta)^2 = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9},$$

$\cos\theta < 0$  なので

$$\cos\theta = -\sqrt{\frac{5}{9}} = -\frac{\sqrt{5}}{3}.$$

正弦の加法定理により,

$$\sin(\theta - 60^\circ) = \sin\theta \cos 60^\circ - \cos\theta \sin 60^\circ = \frac{2}{3} \frac{1}{2} - \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right) \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2 + \sqrt{15}}{6}.$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha \cos\beta - \cos\alpha \sin\beta$$

**例** 一般角  $\theta$  について  $\sin\theta = \frac{2}{3}$  かつ  $\cos\theta < 0$  とする. 次の式を計算する:  
 $\sin(\theta - 60^\circ)$ ,  $\cos(\theta - 60^\circ)$ .

$(\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2 = 1$  なので,

$$(\cos\theta)^2 = 1 - (\sin\theta)^2 = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 1 - \frac{4}{9} = \frac{5}{9},$$

$\cos\theta < 0$  なので

$$\cos\theta = -\sqrt{\frac{5}{9}} = -\frac{\sqrt{5}}{3}.$$

正弦の加法定理により,

$$\sin(\theta - 60^\circ) = \sin\theta \cos 60^\circ - \cos\theta \sin 60^\circ = \frac{2}{3} \frac{1}{2} - \left(-\frac{\sqrt{5}}{3}\right) \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2 + \sqrt{15}}{6}.$$

余弦の加法定理により,

$$\cos(\theta - 60^\circ) = \cos\theta \cos 60^\circ + \sin\theta \sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{5}}{3} \frac{1}{2} + \frac{2}{3} \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{5}}{6}. \quad \boxed{\text{終}}$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$$

**問7.5.2** 一般角  $\theta$  について  $\cos\theta = -\frac{3}{4}$  かつ  $\sin\theta < 0$  とする. 次の式を計算せよ:  $\sin(\theta - 30^\circ)$ ,  $\cos(\theta - 30^\circ)$ .

$$(\sin\theta)^2 = 1 - (\cos\theta)^2 = 1 - \left( \quad \right)^2 =$$

$\sin\theta < 0$  なので

$$\sin\theta =$$

正弦の加法定理により,

$$\sin(\theta - 30^\circ) =$$

余弦の加法定理により,

$$\cos(\theta - 30^\circ) =$$

**問7.5.2** 一般角  $\theta$  について  $\cos\theta = -\frac{3}{4}$  かつ  $\sin\theta < 0$  とする. 次の式を計算せよ:  $\sin(\theta - 30^\circ)$ ,  $\cos(\theta - 30^\circ)$ .

$$(\sin\theta)^2 = 1 - (\cos\theta)^2 = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16},$$

$\sin\theta < 0$  なので

$$\sin\theta = -\sqrt{\frac{7}{16}} = -\frac{\sqrt{7}}{4}.$$

正弦の加法定理により,

$$\sin(\theta - 30^\circ) =$$

余弦の加法定理により,

$$\cos(\theta - 30^\circ) =$$

**問7.5.2** 一般角  $\theta$  について  $\cos\theta = -\frac{3}{4}$  かつ  $\sin\theta < 0$  とする. 次の式を計算せよ:  $\sin(\theta - 30^\circ)$ ,  $\cos(\theta - 30^\circ)$ .

$$(\sin\theta)^2 = 1 - (\cos\theta)^2 = 1 - \left(\frac{3}{4}\right)^2 = 1 - \frac{9}{16} = \frac{7}{16},$$

$\sin\theta < 0$  なので

$$\sin\theta = -\sqrt{\frac{7}{16}} = -\frac{\sqrt{7}}{4}.$$

正弦の加法定理により,

$$\sin(\theta - 30^\circ) = \sin\theta \cos 30^\circ - \cos\theta \sin 30^\circ = -\frac{\sqrt{7}}{4} \frac{\sqrt{3}}{2} - \left(-\frac{3}{4}\right) \frac{1}{2} = \frac{3 - \sqrt{21}}{8}.$$

余弦の加法定理により,

$$\cos(\theta - 30^\circ) = \cos\theta \cos 30^\circ + \sin\theta \sin 30^\circ = -\frac{3}{4} \frac{\sqrt{3}}{2} + \left(-\frac{\sqrt{7}}{4}\right) \frac{1}{2} = -\frac{3\sqrt{3} + \sqrt{7}}{8}.$$

終

正接の加法定理もある.

[正接の加法定理] 任意の一般角  $\alpha$  と  $\beta$  について,  $\tan\alpha$ ,  $\tan\beta$  及び,  $\tan(\alpha + \beta)$  または  $\tan(\alpha - \beta)$  の値があるとき,

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan\alpha \pm \tan\beta}{1 \mp \tan\alpha \tan\beta} \quad (\text{複号同順}).$$

角度  $75^\circ$  の正接  $\tan 75^\circ$  を計算する.

角度  $75^\circ$  の正接  $\tan 75^\circ$  を計算する. 正接の加法定理により,

$$\tan 75^\circ = \tan(45^\circ + 30^\circ)$$

角度  $75^\circ$  の正接  $\tan 75^\circ$  を計算する. 正接の加法定理により,

$$\tan 75^\circ = \tan(45^\circ + 30^\circ) = \frac{\tan 45^\circ + \tan 30^\circ}{1 - \tan 45^\circ \tan 30^\circ}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

角度  $75^\circ$  の正接  $\tan 75^\circ$  を計算する．正接の加法定理により，

$$\tan 75^\circ = \tan(45^\circ + 30^\circ) = \frac{\tan 45^\circ + \tan 30^\circ}{1 - \tan 45^\circ \tan 30^\circ} = \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}}$$
$$\tan 45^\circ = 1 \quad , \quad \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

角度  $75^\circ$  の正接  $\tan 75^\circ$  を計算する．正接の加法定理により，

$$\begin{aligned}\tan 75^\circ &= \tan(45^\circ + 30^\circ) = \frac{\tan 45^\circ + \tan 30^\circ}{1 - \tan 45^\circ \tan 30^\circ} = \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}\end{aligned}$$

角度  $75^\circ$  の正接  $\tan 75^\circ$  を計算する．正接の加法定理により，

$$\begin{aligned}\tan 75^\circ &= \tan(45^\circ + 30^\circ) = \frac{\tan 45^\circ + \tan 30^\circ}{1 - \tan 45^\circ \tan 30^\circ} = \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)}\end{aligned}$$

角度  $75^\circ$  の正接  $\tan 75^\circ$  を計算する．正接の加法定理により，

$$\begin{aligned}\tan 75^\circ &= \tan(45^\circ + 30^\circ) = \frac{\tan 45^\circ + \tan 30^\circ}{1 - \tan 45^\circ \tan 30^\circ} = \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} \\ &= \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1} = \frac{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} = \frac{3 + 2\sqrt{3} + 1}{3 - 1} \\ &= 2 + \sqrt{3} .\end{aligned}$$

角度  $15^\circ$  の正接  $\tan 15^\circ$  を計算する.

角度  $15^\circ$  の正接  $\tan 15^\circ$  を計算する. 正接の加法定理により,

$$\tan 15^\circ = \tan(45^\circ - 30^\circ)$$

角度  $15^\circ$  の正接  $\tan 15^\circ$  を計算する．正接の加法定理により，

$$\tan 15^\circ = \tan(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ \tan 30^\circ}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

角度  $15^\circ$  の正接  $\tan 15^\circ$  を計算する. 正接の加法定理により,

$$\tan 15^\circ = \tan(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ \tan 30^\circ} = \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}}$$
$$\tan 45^\circ = 1, \quad \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

角度  $15^\circ$  の正接  $\tan 15^\circ$  を計算する．正接の加法定理により，

$$\begin{aligned}\tan 15^\circ &= \tan(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ \tan 30^\circ} = \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} \\ &= \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}\end{aligned}$$

角度  $15^\circ$  の正接  $\tan 15^\circ$  を計算する．正接の加法定理により，

$$\begin{aligned}\tan 15^\circ &= \tan(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ \tan 30^\circ} = \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} \\ &= \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} - 1)}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)}\end{aligned}$$

角度  $15^\circ$  の正接  $\tan 15^\circ$  を計算する．正接の加法定理により，

$$\begin{aligned}\tan 15^\circ &= \tan(45^\circ - 30^\circ) = \frac{\tan 45^\circ - \tan 30^\circ}{1 + \tan 45^\circ \tan 30^\circ} = \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + 1 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} \\ &= \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} - 1)}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)} = \frac{3 - 2\sqrt{3} + 1}{3 - 1} \\ &= 2 - \sqrt{3} .\end{aligned}$$

**例** 一般角  $\theta$  について  $\tan\theta = 5$  とする. 次の式を計算する:  $\tan(\theta + 60^\circ)$ .  
分母に根号が現れるときは分母を有理化する.

**例** 一般角  $\theta$  について  $\tan\theta = 5$  とする. 次の式を計算する:  $\tan(\theta + 60^\circ)$ .  
分母に根号が現れるときは分母を有理化する. 正接の加法定理を用いる.

$$\tan(\theta + 60^\circ) = \frac{\tan\theta + \tan 60^\circ}{1 - \tan\theta \tan 60^\circ}$$

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha \tan\beta}$$

**例** 一般角  $\theta$  について  $\tan\theta = 5$  とする. 次の式を計算する:  $\tan(\theta + 60^\circ)$ .  
分母に根号が現れるときは分母を有理化する. 正接の加法定理を用いる.

$$\tan(\theta + 60^\circ) = \frac{\tan\theta + \tan 60^\circ}{1 - \tan\theta \tan 60^\circ} = \frac{5 + \sqrt{3}}{1 - 5\sqrt{3}}$$

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

**例** 一般角  $\theta$  について  $\tan\theta = 5$  とする. 次の式を計算する:  $\tan(\theta + 60^\circ)$ .  
分母に根号が現れるときは分母を有理化する. 正接の加法定理を用いる.

$$\begin{aligned}\tan(\theta + 60^\circ) &= \frac{\tan\theta + \tan 60^\circ}{1 - \tan\theta \tan 60^\circ} = \frac{5 + \sqrt{3}}{1 - 5\sqrt{3}} = \frac{(5 + \sqrt{3})(1 + 5\sqrt{3})}{(1 - 5\sqrt{3})(1 + 5\sqrt{3})} \\ &= \frac{5 + 25\sqrt{3} + \sqrt{3} + 5\sqrt{3}^2}{1^2 - (5\sqrt{3})^2} = \frac{5 + 26\sqrt{3} + 15}{1 - 75} = -\frac{20 + 26\sqrt{3}}{74} \\ &= -\frac{10 + 13\sqrt{3}}{37} .\end{aligned}$$

**終**

**例** 一般角  $\theta$  について  $\tan\theta = 5$  とする. 次の式を計算する:  $\tan(\theta - 60^\circ)$ .  
分母に根号が現れるときは分母を有理化する.

**例** 一般角  $\theta$  について  $\tan\theta = 5$  とする. 次の式を計算する:  $\tan(\theta - 60^\circ)$ .  
分母に根号が現れるときは分母を有理化する. 正接の加法定理を用いる.

$$\tan(\theta - 60^\circ) = \frac{\tan\theta - \tan 60^\circ}{1 + \tan\theta \tan 60^\circ}$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha \tan\beta}$$

**例** 一般角  $\theta$  について  $\tan\theta = 5$  とする. 次の式を計算する:  $\tan(\theta - 60^\circ)$ .  
分母に根号が現れるときは分母を有理化する. 正接の加法定理を用いる.

$$\tan(\theta - 60^\circ) = \frac{\tan\theta - \tan 60^\circ}{1 + \tan\theta \tan 60^\circ} = \frac{5 - \sqrt{3}}{1 + 5\sqrt{3}}$$

$$\tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

例 一般角  $\theta$  について  $\tan\theta = 5$  とする. 次の式を計算する:  $\tan(\theta - 60^\circ)$ .

分母に根号が現れるときは分母を有理化する. 正接の加法定理を用いる.

$$\begin{aligned}\tan(\theta - 60^\circ) &= \frac{\tan\theta - \tan 60^\circ}{1 + \tan\theta \tan 60^\circ} = \frac{5 - \sqrt{3}}{1 + 5\sqrt{3}} = \frac{(5 - \sqrt{3})(1 - 5\sqrt{3})}{(1 + 5\sqrt{3})(1 - 5\sqrt{3})} \\ &= \frac{5 - 25\sqrt{3} - \sqrt{3} + 5\sqrt{3}^2}{1^2 - (5\sqrt{3})^2} = \frac{5 - 26\sqrt{3} + 15}{1 - 75} = -\frac{20 - 26\sqrt{3}}{74} \\ &= \frac{13\sqrt{3} - 10}{37}.\end{aligned}$$

終

**問7.5.3** 一般角  $\theta$  について  $\tan\theta = 2$  とする. 次の式を計算せよ:  
 $\tan(\theta + 30^\circ)$ . 分母に根号が現れるときは分母を有理化せよ.

$$\tan(\theta + 30^\circ) =$$

**問7.5.3** 一般角  $\theta$  について  $\tan\theta = 2$  とする. 次の式を計算せよ:

$\tan(\theta + 30^\circ)$ . 分母に根号が現れるときは分母を有理化せよ.

$$\begin{aligned}\tan(\theta + 30^\circ) &= \frac{\tan\theta + \tan 30^\circ}{1 - \tan\theta \tan 30^\circ} = \frac{2 + \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 - 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} \\ &= \frac{2\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 2} = \frac{(2\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} + 2)}{(\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 2)} \\ &= \frac{2\sqrt{3}^2 + 4\sqrt{3} + \sqrt{3} + 2}{\sqrt{3}^2 - 2^2} = \frac{6 + 5\sqrt{3} + 2}{3 - 4} \\ &= -8 - 5\sqrt{3} .\end{aligned}$$

終

**問7.5.3** 一般角  $\theta$  について  $\tan\theta = 2$  とする. 次の式を計算せよ:  
 $\tan(\theta - 30^\circ)$ . 分母に根号が現れるときは分母を有理化せよ.

$$\tan(\theta - 30^\circ) =$$

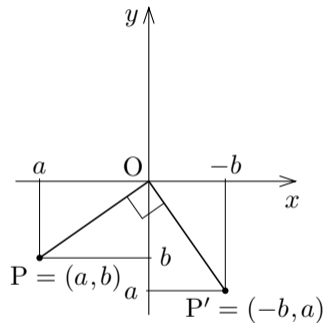
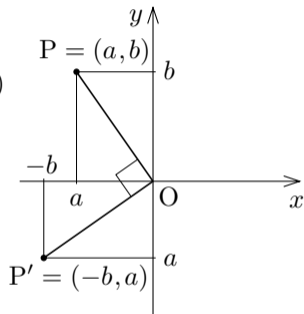
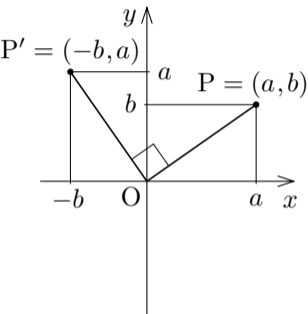
**問7.5.3** 一般角  $\theta$  について  $\tan\theta = 2$  とする. 次の式を計算せよ:

$\tan(\theta - 30^\circ)$ . 分母に根号が現れるときは分母を有理化せよ.

$$\begin{aligned}\tan(\theta - 30^\circ) &= \frac{\tan\theta - \tan 30^\circ}{1 + \tan\theta \tan 30^\circ} = \frac{2 - \frac{1}{\sqrt{3}}}{1 + 2 \cdot \frac{1}{\sqrt{3}}} \\ &= \frac{2\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 2} = \frac{(2\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} - 2)}{(\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 2)} \\ &= \frac{2\sqrt{3}^2 - 4\sqrt{3} - \sqrt{3} + 2}{\sqrt{3}^2 - 2^2} = \frac{6 - 5\sqrt{3} + 2}{3 - 4} \\ &= 5\sqrt{3} - 8.\end{aligned}$$

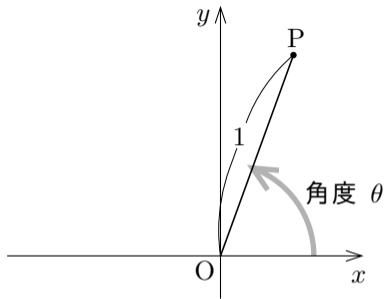
終

$xy$  座標平面において、原点  $O$  を中心にして点  $P = (a, b)$  を  $90^\circ$  だけ回転させた点を  $P'$  とおく。このとき、次の図のように、 $P' = (-b, a)$  となる。



線分  $OP$  は始線  $Ox$  に対する角度  $\theta$   
の線分で,  $\overline{OP} = 1$  とする.

$$P = (\cos\theta, \sin\theta) .$$

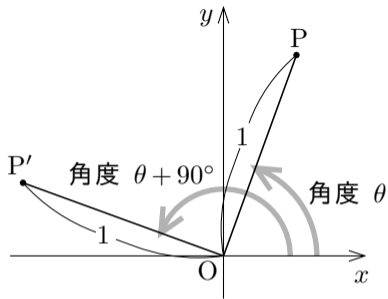


線分  $OP$  は始線  $Ox$  に対する角度  $\theta$  の線分で、 $\overline{OP} = 1$  とする。

$$P = (\cos\theta, \sin\theta) .$$

点  $P'$  は点  $P$  を  $90^\circ$  だけ回転させた点なので、始線  $Ox$  に対する線分  $OP'$  の角度は  $\theta + 90^\circ$  で、 $\overline{OP'} = 1$  .

$$P' = (\cos(\theta + 90^\circ), \sin(\theta + 90^\circ)) .$$



線分  $OP$  は始線  $Ox$  に対する角度  $\theta$  の線分で、 $\overline{OP} = 1$  とする。

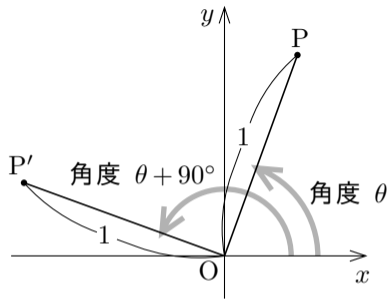
$$P = (\cos\theta, \sin\theta) .$$

点  $P'$  は点  $P$  を  $90^\circ$  だけ回転させた点なので、始線  $Ox$  に対する線分  $OP'$  の角度は  $\theta + 90^\circ$  で、 $\overline{OP'} = 1$  .

$$P' = (\cos(\theta + 90^\circ), \sin(\theta + 90^\circ)) .$$

$P = (a, b)$  かつ  $P' = (-b, a)$  なので、

$$(\cos\theta, \sin\theta) = P = (a, b) , \quad (\cos(\theta + 90^\circ), \sin(\theta + 90^\circ)) = P' = (-b, a) .$$



線分  $OP$  は始線  $Ox$  に対する角度  $\theta$  の線分で、 $\overline{OP} = 1$  とする。

$$P = (\cos\theta, \sin\theta) .$$

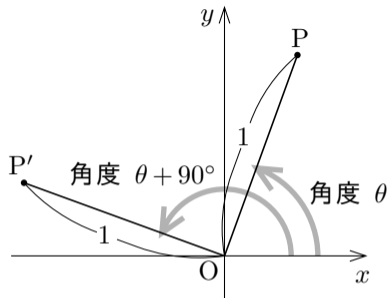
点  $P'$  は点  $P$  を  $90^\circ$  だけ回転させた点なので、始線  $Ox$  に対する線分  $OP'$  の角度は  $\theta + 90^\circ$  で、 $\overline{OP'} = 1$  .

$$P' = (\cos(\theta + 90^\circ), \sin(\theta + 90^\circ)) .$$

$P = (a, b)$  かつ  $P' = (-b, a)$  なので、

$$(\cos\theta, \sin\theta) = P = (a, b) , \quad (\cos(\theta + 90^\circ), \sin(\theta + 90^\circ)) = P' = (-b, a) .$$

$\cos(\theta + 90^\circ) = -b$  かつ  $b = \sin\theta$  なので、 $\cos(\theta + 90^\circ) = -\sin\theta$  .



線分  $OP$  は始線  $Ox$  に対する角度  $\theta$  の線分で、 $\overline{OP} = 1$  とする。

$$P = (\cos\theta, \sin\theta) .$$

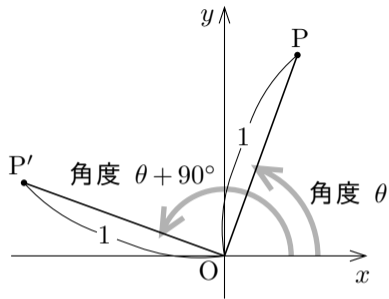
点  $P'$  は点  $P$  を  $90^\circ$  だけ回転させた点なので、始線  $Ox$  に対する線分  $OP'$  の角度は  $\theta + 90^\circ$  で、 $\overline{OP'} = 1$  .

$$P' = (\cos(\theta + 90^\circ), \sin(\theta + 90^\circ)) .$$

$P = (a, b)$  かつ  $P' = (-b, a)$  なので、

$$(\cos\theta, \sin\theta) = P = (a, b) , \quad (\cos(\theta + 90^\circ), \sin(\theta + 90^\circ)) = P' = (-b, a) .$$

$\cos(\theta + 90^\circ) = -b$  かつ  $b = \sin\theta$  なので、 $\cos(\theta + 90^\circ) = -\sin\theta$  . また、 $\sin(\theta + 90^\circ) = a$  かつ  $a = \cos\theta$  なので、 $\sin(\theta + 90^\circ) = \cos\theta$  .



[定理 7.5.1] 任意の一般角  $\theta$  について,

$$\sin(\theta + 90^\circ) = \cos \theta , \quad \cos(\theta + 90^\circ) = -\sin \theta .$$

**例** 次の式を計算する： $\sin 120^\circ$ ， $\cos 120^\circ$ ， $\tan 120^\circ$  .

**例** 次の式を計算する： $\sin 120^\circ$ ， $\cos 120^\circ$ ， $\tan 120^\circ$ 。

$$\sin 120^\circ = \sin(30^\circ + 90^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} .$$

$$\sin(\theta + 90^\circ) = \cos \theta$$

**例** 次の式を計算する： $\sin 120^\circ$ ， $\cos 120^\circ$ ， $\tan 120^\circ$ ．

$$\sin 120^\circ = \sin(30^\circ + 90^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} .$$

$$\cos 120^\circ = \cos(30^\circ + 90^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2} .$$

$$\cos(\theta + 90^\circ) = -\sin \theta$$

**例** 次の式を計算する： $\sin 120^\circ$ ， $\cos 120^\circ$ ， $\tan 120^\circ$ 。

$$\sin 120^\circ = \sin(30^\circ + 90^\circ) = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} .$$

$$\cos 120^\circ = \cos(30^\circ + 90^\circ) = -\sin 30^\circ = -\frac{1}{2} .$$

$$\tan 120^\circ = \frac{\sin 120^\circ}{\cos 120^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{-\frac{1}{2}} = -\sqrt{3} .$$

**終**

問7.5.4 次の式を計算せよ： $\sin 150^\circ$ ， $\cos 150^\circ$ ， $\tan 150^\circ$  .

$$\sin 150^\circ = \sin(\quad^\circ + 90^\circ) =$$

$$\cos 150^\circ = \cos(\quad^\circ + 90^\circ) =$$

$$\tan 150^\circ = \frac{\sin 150^\circ}{\cos 150^\circ} = \quad / \quad =$$

問7.5.4 次の式を計算せよ： $\sin 150^\circ$ ， $\cos 150^\circ$ ， $\tan 150^\circ$ ．

$$\sin 150^\circ = \sin(60^\circ + 90^\circ) = \cos 60^\circ = \frac{1}{2} .$$

$$\cos 150^\circ = \cos(60^\circ + 90^\circ) = -\sin 60^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2} .$$

$$\tan 150^\circ = \frac{\sin 150^\circ}{\cos 150^\circ} = \frac{1}{2} \bigg/ \left( -\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = -\frac{1}{\sqrt{3}} .$$

終

任意の一般角  $\theta$  について,

$$\sin(\theta + 90^\circ) = \cos \theta , \quad \cos(\theta + 90^\circ) = -\sin \theta .$$

任意の一般角  $\theta$  について,

$$\sin(\theta + 90^\circ) = \cos \theta , \quad \cos(\theta + 90^\circ) = -\sin \theta .$$

これらの等式において  $\theta = 90^\circ$  とすると,

$$\sin(90^\circ + 90^\circ) = \cos 90^\circ = 0 , \quad \cos(90^\circ + 90^\circ) = -\sin 90^\circ = -1 ;$$

つまり,

$$\sin 180^\circ = 0 , \quad \cos 180^\circ = -1 .$$

任意の一般角  $\theta$  について,

$$\sin(\theta + 90^\circ) = \cos \theta , \quad \cos(\theta + 90^\circ) = -\sin \theta .$$

これらの等式において  $\theta = 90^\circ$  とすると,

$$\sin(90^\circ + 90^\circ) = \cos 90^\circ = 0 , \quad \cos(90^\circ + 90^\circ) = -\sin 90^\circ = -1 ;$$

つまり,

$$\sin 180^\circ = 0 , \quad \cos 180^\circ = -1 .$$

一般角  $\theta$  について,

$$\sin(180^\circ - \theta) = \sin 180^\circ \cos \theta - \cos 180^\circ \sin \theta = 0 \cdot \cos \theta - (-1) \cdot \sin \theta = \sin \theta ,$$

$$\cos(180^\circ - \theta) = \cos 180^\circ \cos \theta + \sin 180^\circ \sin \theta = -1 \cdot \cos \theta + 0 \cdot \sin \theta = -\cos \theta .$$

任意の一般角  $\theta$  について,

$$\sin(\theta + 90^\circ) = \cos \theta, \quad \cos(\theta + 90^\circ) = -\sin \theta.$$

これらの等式において  $\theta = 90^\circ$  とすると,

$$\sin(90^\circ + 90^\circ) = \cos 90^\circ = 0, \quad \cos(90^\circ + 90^\circ) = -\sin 90^\circ = -1;$$

つまり,

$$\sin 180^\circ = 0, \quad \cos 180^\circ = -1.$$

一般角  $\theta$  について,

$$\sin(180^\circ - \theta) = \sin 180^\circ \cos \theta - \cos 180^\circ \sin \theta = 0 \cdot \cos \theta - (-1) \cdot \sin \theta = \sin \theta,$$

$$\cos(180^\circ - \theta) = \cos 180^\circ \cos \theta + \sin 180^\circ \sin \theta = -1 \cdot \cos \theta + 0 \cdot \sin \theta = -\cos \theta.$$

**[定理 7.5.2]** 一般角  $\theta$  について,

$$\sin(180^\circ - \theta) = \sin \theta, \quad \cos(180^\circ - \theta) = -\cos \theta.$$