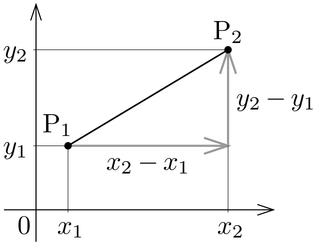
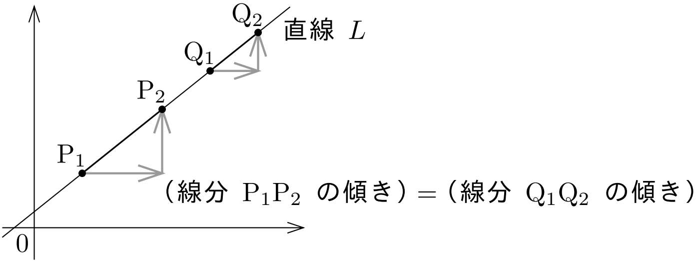
5.6　1次関数のグラフ

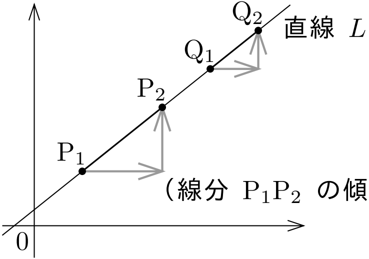
実数 x_1, y_1, x_2, y_2 について，$x_1 \neq x_2$ のとき，座標平面における点 $\mathrm{P}_1 = (x_1, y_1)$ と点 $\mathrm{P}_2 = (x_2, y_2)$ とを結ぶ線分 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$ の傾きとは $\dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ の値つまり $\dfrac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$ の値である.



座標平面における直線 L に属す2点 P_1 と P_2（但し $\mathrm{P}_1 \neq \mathrm{P}_2$ ）と，L に属す2点 Q_1 と Q_2（但し $\mathrm{Q}_1 \neq \mathrm{Q}_2$ ）とについて，線分 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$ の傾きと線分 $\mathrm{Q}_1\mathrm{Q}_2$ の傾きとは（あれば）同じである.



座標平面における直線 L に属す 2 点 P_1 と P_2（但し $\mathrm{P}_1 \neq \mathrm{P}_2$ ）と，L に属す 2 点 Q_1 と Q_2（但し $\mathrm{Q}_1 \neq \mathrm{Q}_2$ ）とについて，線分 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$ の傾きと線分 $\mathrm{Q}_1\mathrm{Q}_2$ の傾きとは（あれば）同じである．つまり，直線 L に含まれる線分はどれも傾きが（あれば）同じである：これを直線 L の傾きという．



（線分 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$ の傾き）＝（線分 $\mathrm{Q}_1\mathrm{Q}_2$ の傾き）＝（直線 L の傾き）

$\boxed{\text{例}}$ 座標平面において点 $(5,7)$ と $(2,3)$ とが直線 L に属すとき，L の傾きは $\dfrac{7-3}{5-2}=\dfrac{4}{3}$ である. $\boxed{\text{終}}$

$\boxed{問5.6.1}$ 座標平面において点 $(3,4)$ と $(5,9)$ とが直線 L に属すとする．L の傾きを求めよ．

直線 L の傾きは　　　　　　　　である．

$\boxed{問5.6.1}$ 座標平面において点 $(3,4)$ と $(5,9)$ とが直線 L に属すとする. L の傾きを求めよ.

直線 L の傾きは $\dfrac{9-4}{5-3}=\dfrac{5}{2}$ である. $\boxed{終}$

定数 a, b（但し $a \neq 0$ ）に対して変数 x の 1 次関数 $y = ax + b$ を考える.

　定数 a, b（但し　$a \neq 0$　）に対して変数 x の 1 次関数　$y = ax + b$　を考える．xy 座標平面において 1 次関数　$y = ax + b$　のグラフは直線の部分集合である．

定数 a,b（但し $a \neq 0$ ）に対して変数 x の 1 次関数 $y=ax+b$ を考える．xy 座標平面において 1 次関数 $y=ax+b$ のグラフは直線の部分集合である．実数 x_1,y_1,x_2,y_2 （但し $x_1 \neq x_2$ ）について，点 $\mathrm{P}_1=(x_1,y_1)$ と $\mathrm{P}_2=(x_2,y_2)$ とが 1 次関数 $y=ax+b$ のグラフに属すとき， $y_1=ax_1+b$ かつ $y_2=ax_2+b$ なので，線分 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$ の傾きは

$$\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2} = \frac{(ax_1+b)-(ax_2+b)}{x_1-x_2} = \frac{a(x_1-x_2)}{x_1-x_2} = a \ .$$

定数 a,b（但し $a \neq 0$ ）に対して変数 x の 1 次関数 $y = ax + b$ を考える．xy 座標平面において 1 次関数 $y = ax + b$ のグラフは直線の部分集合である．実数 x_1, y_1, x_2, y_2 （但し $x_1 \neq x_2$ ）について，点 $\mathrm{P}_1 = (x_1, y_1)$ と $\mathrm{P}_2 = (x_2, y_2)$ とが 1 次関数 $y = ax + b$ のグラフに属すとき， $y_1 = ax_1 + b$ かつ $y_2 = ax_2 + b$ なので，線分 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$ の傾きは

$$\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{(ax_1 + b) - (ax_2 + b)}{x_1 - x_2} = \frac{a(x_1 - x_2)}{x_1 - x_2} = a \ .$$

このように，1 次関数 $y = ax + b$ のグラフに属す相異なる 2 点 P_1 と P_2 とを結ぶ線分 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$ の傾きは常に a である．

　定数 a, b（但し $a \neq 0$）に対して変数 x の 1 次関数 $y = ax + b$ を考える．xy 座標平面において 1 次関数 $y = ax + b$ のグラフは直線の部分集合である．実数 x_1, y_1, x_2, y_2（但し $x_1 \neq x_2$）について，点 $\mathrm{P}_1 = (x_1, y_1)$ と $\mathrm{P}_2 = (x_2, y_2)$ とが 1 次関数 $y = ax + b$ のグラフに属すとき，$y_1 = ax_1 + b$ かつ $y_2 = ax_2 + b$ なので，線分 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$ の傾きは

$$\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{(ax_1 + b) - (ax_2 + b)}{x_1 - x_2} = \frac{a(x_1 - x_2)}{x_1 - x_2} = a\ .$$

このように，1 次関数 $y = ax + b$ のグラフに属す相異なる 2 点 P_1 と P_2 とを結ぶ線分 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$ の傾きは常に a である．このことから，1 次関数 $y = ax + b$ のグラフは傾きが a の直線の部分集合である．

定数 a, b（但し $a \neq 0$ ）に対して変数 x の 1 次関数 $y = ax + b$ を考える．xy 座標平面において 1 次関数 $y = ax + b$ のグラフは直線の部分集合である．実数 x_1, y_1, x_2, y_2 （但し $x_1 \neq x_2$ ）について，点 $\mathrm{P}_1 = (x_1, y_1)$ と $\mathrm{P}_2 = (x_2, y_2)$ とが 1 次関数 $y = ax + b$ のグラフに属すとき，$y_1 = ax_1 + b$ かつ $y_2 = ax_2 + b$ なので，線分 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$ の傾きは

$$\frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{(ax_1 + b) - (ax_2 + b)}{x_1 - x_2} = \frac{a(x_1 - x_2)}{x_1 - x_2} = a \ .$$

このように，1 次関数 $y = ax + b$ のグラフに属す相異なる 2 点 P_1 と P_2 とを結ぶ線分 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$ の傾きは常に a である．このことから，1 次関数 $y = ax + b$ のグラフは傾きが a の直線の部分集合である．

ここで証明は略すが，関数のグラフに属す相異なる 2 点 P_1 と P_2 とを結ぶ線分 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$ の傾きが一定であるとき，そのグラフは直線の部分集合である．

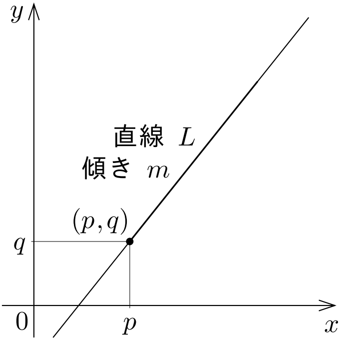
　定数 a,b（但し $a\neq 0$ ）に対して変数 x の 1 次関数 $y=ax+b$ を考える．xy 座標平面において 1 次関数 $y=ax+b$ のグラフは直線の部分集合である．実数 x_1,y_1,x_2,y_2 （但し $x_1\neq x_2$ ）について，点 $\mathrm{P}_1=(x_1,y_1)$ と $\mathrm{P}_2=(x_2,y_2)$ とが 1 次関数 $y=ax+b$ のグラフに属すとき， $y_1=ax_1+b$ かつ $y_2=ax_2+b$ なので，線分 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$ の傾きは

$$\frac{y_1-y_2}{x_1-x_2}=\frac{(ax_1+b)-(ax_2+b)}{x_1-x_2}=\frac{a(x_1-x_2)}{x_1-x_2}=a\ .$$

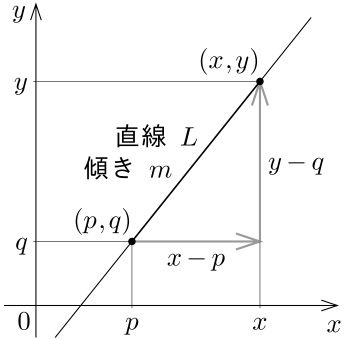
このように，1 次関数 $y=ax+b$ のグラフに属す相異なる 2 点 P_1 と P_2 とを結ぶ線分 $\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$ の傾きは常に a である．このことから，1 次関数 $y=ax+b$ のグラフは傾きが a の直線の部分集合である．

　このように 1 次関数のグラフは直線の部分である．逆に傾きが 0 でない実数である直線は 1 次関数のグラフである．このことを示す．

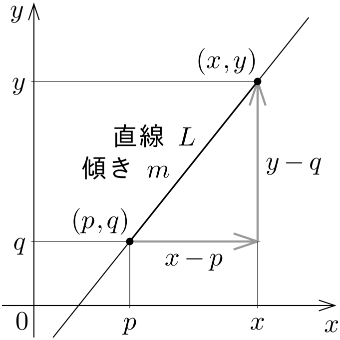
定数 m, p, q に対して，xy 座標平面における直線 L の傾きが m であり点 (p, q) が L に属すとする.



定数 m,p,q に対して，xy 座標平面における直線 L の傾きが m であり点 (p,q) が L に属すとする．変数 x,y について，$x \neq p$ とする．座標平面において点 (x,y) が直線 L に属す条件は，点 (x,y) と点 (p,q) とを結ぶ線分の傾き $\dfrac{y-q}{x-p}$ が m であることである：$\dfrac{y-q}{x-p} = m$ ．

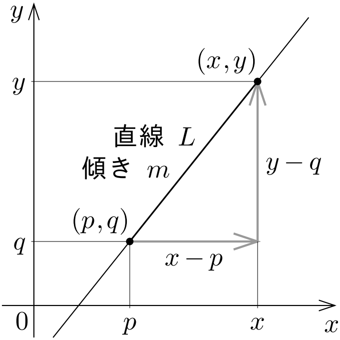


定数 m,p,q に対して，xy 座標平面における直線 L の傾きが m であり点 (p,q) が L に属すとする．変数 x,y について，$x \neq p$ とする．座標平面において点 (x,y) が直線 L に属す条件は，点 (x,y) と点 (p,q) とを結ぶ線分の傾き $\dfrac{y-q}{x-p}$ が m であることである：$\dfrac{y-q}{x-p} = m$ ．この方程式を同値変形すると，$x-p \neq 0$ なので，



$$\frac{y-q}{x-p} = m \iff y-q = m(x-p) \iff y = m(x-p)+q \ .$$

定数 m,p,q に対して，xy 座標平面における直線 L の傾きが m であり点 (p,q) が L に属すとする．変数 x,y について，$x \neq p$ とする．座標平面において点 (x,y) が直線 L に属す条件は，点 (x,y) と点 (p,q) とを結ぶ線分の傾き $\dfrac{y-q}{x-p}$ が m であることである：$\dfrac{y-q}{x-p} = m$ ．この方程式を同値変形すると，$x-p \neq 0$ なので，



$$\frac{y-q}{x-p} = m \iff y-q = m(x-p) \iff y = m(x-p)+q \ .$$

こうして次のことが分かる．

[定理 **5.6**]　各定数 m,p,q に対して，xy 座標平面において傾きが m であり点 (p,q) が属す直線は方程式 $y = m(x-p)+q$ で表される．

例　xy 座標平面において傾きが 3 であり点 $(2,7)$ が属す直線は，方程式 $y=3(x-2)+7$ つまり $y=3x+1$ で表される． 終

$\boxed{問 5.6.2}$ xy 座標平面において傾きが -2 であり点 $(3, -5)$ が属す直線を表す方程式を求めよ.

直線を表す方程式は $y = \quad (x \quad)$ 　つまり $y = $ 　　　　である.

$\boxed{\text{問}5.6.2}$ xy 座標平面において傾きが -2 であり点 $(3,-5)$ が属す直線を表す方程式を求めよ.

直線を表す方程式は $y=-2(x-3)-5$ つまり $y=-2x+1$ である.

$\boxed{\text{例}}$　xy 座標平面において点 $(2,4)$ と点 $(5,13)$ とが属す直線は，傾きが $\dfrac{13-4}{5-2}=3$ なので，方程式 $y=3(x-2)+4$ つまり $y=3x-2$ で表される．

$\boxed{\text{終}}$

$\boxed{\text{問}5.6.3}$ xy 座標平面において点 $(3,1)$ と点 $(7,9)$ とが属す直線を表す方程式を求めよ.

直線の傾きは　　　　　　. 直線を表す方程式は $y = \quad (x \quad)$ 　　つまり $y =$ 　　　　である.

$\boxed{問5.6.3}$ xy 座標平面において点 $(3,1)$ と点 $(7,9)$ とが属す直線を表す方程式を求めよ．

直線の傾きは $\dfrac{9-1}{7-3}=2$．直線を表す方程式は $y=2(x-3)+1$ つまり $y=2x-5$ である． $\boxed{終}$