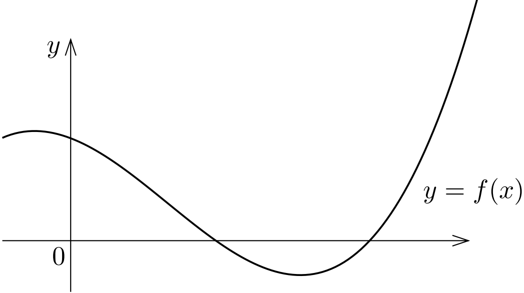
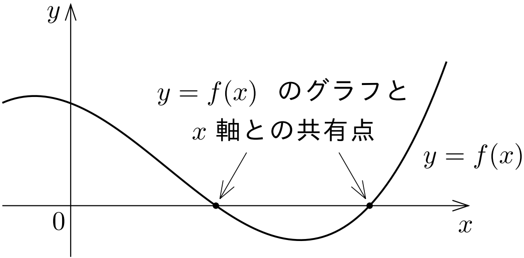
5.5 関数のグラフと座標軸

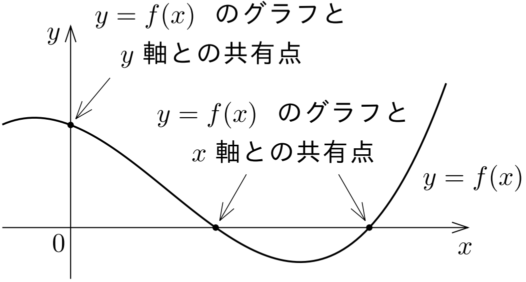
xy 座標平面において変数 x の関数 $y=f(x)$ のグラフを考える.



xy 座標平面において変数 x の関数 $y=f(x)$ のグラフを考える．関数 $y=f(x)$ のグラフと x 軸との両方に属す点を，$y=f(x)$ のグラフと x 軸との共有点という．



xy 座標平面において変数 x の関数 $y=f(x)$ のグラフを考える．関数 $y=f(x)$ のグラフと x 軸との両方に属す点を，$y=f(x)$ のグラフと x 軸との共有点という．また，関数 $y=f(x)$ のグラフと y 軸との両方に属す点を，$y=f(x)$ のグラフと y 軸との共有点という．



xy 座標平面において，y 軸とは x 座標が 0 である点の全体であるので，点 P について，

$$\text{P が } y \text{ 軸に属す} \iff \text{P の } x \text{ 座標は } 0 \text{ である} .$$

xy 座標平面において，y 軸とは x 座標が 0 である点の全体であるので，点 P について，

$$\text{P が } y \text{ 軸に属す} \quad \Longleftrightarrow \quad \text{P の } x \text{ 座標は } 0 \text{ である} .$$

よって，xy 座標平面において，関数 $y = f(x)$ のグラフと y 軸との共有点は，$y = f(x)$ のグラフの点で x 座標が 0 である点である．

xy 座標平面において，y 軸とは x 座標が 0 である点の全体であるので，点 P について，

$$\text{P が } y \text{ 軸に属す} \iff \text{P の } x \text{ 座標は } 0 \text{ である} .$$

よって，xy 座標平面において，関数 $y=f(x)$ のグラフと y 軸との共有点は，$y=f(x)$ のグラフの点で x 座標が 0 である点である.

$\boxed{\text{例}}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=3x^2-5x+7$ のグラフと y 軸との共有点を求める.

xy 座標平面において，y 軸とは x 座標が 0 である点の全体であるので，点 P について，

$$\text{P が } y \text{ 軸に属す} \iff \text{P の } x \text{ 座標は } 0 \text{ である}.$$

よって，xy 座標平面において，関数 $y=f(x)$ のグラフと y 軸との共有点は，$y=f(x)$ のグラフの点で x 座標が 0 である点である．

$\boxed{\text{例}}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=3x^2-5x+7$ のグラフと y 軸との共有点を求める．グラフに属す点 (x,y) について $y=3x^2-5x+7$ ．この点が y 軸にも属すとき，x 座標は 0 なので，$x=0$ ，よって $y=7$ ．

xy 座標平面において，y 軸とは x 座標が 0 である点の全体であるので，点 P について，

$$\mathrm{P}\text{ が } y \text{ 軸に属す} \quad \Longleftrightarrow \quad \mathrm{P}\text{ の } x \text{ 座標は } 0 \text{ である} \ .$$

よって，xy 座標平面において，関数 $y=f(x)$ のグラフと y 軸との共有点は，$y=f(x)$ のグラフの点で x 座標が 0 である点である．

$\boxed{\text{例}}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=3x^2-5x+7$ のグラフと y 軸との共有点を求める．グラフに属す点 (x,y) について $y=3x^2-5x+7$ ．この点が y 軸にも属すとき，x 座標は 0 なので，$x=0$ ，よって $y=7$ ．従って，$y=3x^2-5x+7$ のグラフと y 軸との共有点は $(0,7)$ である． $\boxed{\text{終}}$

$\boxed{\text{問}5.5.1}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=2x^3-7x^2+5$ のグラフと y 軸との共有点を求めよ．

$\boxed{問5.5.1}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = 2x^3 - 7x^2 + 5$ のグラフと y 軸との共有点を求めよ．

$y = 2x^3 - 7x^2 + 5$ より， $x = 0$ のとき $y = 5$ ．故に， $y = 2x^3 - 7x^2 + 5$ のグラフと y 軸との共有点は $(0,5)$ である． $\boxed{終}$

xy 座標平面において，x 軸とは y 座標が 0 である点の全体なので，点 P について，

$$\text{P が } x \text{ 軸に属す} \iff \text{P の } y \text{ 座標は } 0 \text{ である} .$$

xy 座標平面において，x 軸とは y 座標が 0 である点の全体なので，点 P について，

$$\text{P が } x \text{ 軸に属す} \iff \text{P の } y \text{ 座標は } 0 \text{ である}.$$

よって，xy 座標平面において，関数 $y = f(x)$ のグラフと x 軸との共有点は，$y = f(x)$ のグラフの点で y 座標が 0 である点である.

xy 座標平面において，x 軸とは y 座標が 0 である点の全体なので，点 P について，

$$\text{P が } x \text{ 軸に属す} \iff \text{P の } y \text{ 座標は } 0 \text{ である} .$$

よって，xy 座標平面において，関数 $y = f(x)$ のグラフと x 軸との共有点は，$y = f(x)$ のグラフの点で y 座標が 0 である点である．

例 xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = x^2 - 3x - 4$ のグラフと x 軸との共有点を求める．

xy 座標平面において，x 軸とは y 座標が 0 である点の全体なので，点 P について，

$$\text{P が } x \text{ 軸に属す} \iff \text{P の } y \text{ 座標は } 0 \text{ である}\ .$$

よって，xy 座標平面において，関数 $y = f(x)$ のグラフと x 軸との共有点は，$y = f(x)$ のグラフの点で y 座標が 0 である点である．

$\boxed{\text{例}}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = x^2 - 3x - 4$ のグラフと x 軸との共有点を求める．グラフに属す点 (x, y) について $y = x^2 - 3x - 4$ ．この点が x 軸にも属すとき，y 座標は 0 なので，$y = 0$ ，よって $0 = x^2 - 3x - 4$ ，$x^2 - 3x - 4 = 0$ ，$(x+1)(x-4) = 0$ ，よって $x = 4$ または $x = -1$ ．

xy 座標平面において，x 軸とは y 座標が 0 である点の全体なので，点 P について，

$$\text{P が } x \text{ 軸に属す} \iff \text{P の } y \text{ 座標は } 0 \text{ である}.$$

よって，xy 座標平面において，関数 $y = f(x)$ のグラフと x 軸との共有点は，$y = f(x)$ のグラフの点で y 座標が 0 である点である．

例 xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = x^2 - 3x - 4$ のグラフと x 軸との共有点を求める．グラフに属す点 (x,y) について $y = x^2 - 3x - 4$ ．この点が x 軸にも属すとき，y 座標は 0 なので，$y = 0$ ，よって $0 = x^2 - 3x - 4$ ，$x^2 - 3x - 4 = 0$ ，$(x+1)(x-4) = 0$ ，よって $x = 4$ または $x = -1$ ．従って，関数 $y = x^2 - 3x - 4$ のグラフと x 軸との共有点は $(-1,0)$ と $(4,0)$ とである．終

$\boxed{問 5.5.2}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=-2x^2-x+4$ のグラフと x 軸との共有点を求めよ．

$y=-2x^2-x+4$ より，$y=0$ のとき， $=0$ ， $=0$ ，

よって $x=$ ．故に，$y=-2x^2-x+4$ のグラフと x 軸との共有点は と とである．

$\boxed{問 5.5.2}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=-2x^2-x+4$ のグラフと x 軸との共有点を求めよ．

$y=-2x^2-x+4$ より，$y=0$ のとき，$-2x^2-x+4=0$ ，$2x^2+x-4=0$ ，よって $x=\dfrac{-1\pm\sqrt{1+32}}{4}=\dfrac{-1\pm\sqrt{33}}{4}$ ．故に，$y=-2x^2-x+4$ のグラフと x 軸との共有点は $\left(-\dfrac{1+\sqrt{33}}{4},0\right)$ と $\left(-\dfrac{1-\sqrt{33}}{4},0\right)$ とである． $\boxed{終}$

5.2 節で述べたように，関数を表す式に表れる変数は実数を表す．なので xy 座標平面において x 座標及び y 座標は実数である．虚数は xy 座標平面の点の x 座標や y 座標にならない．

5.2 節で述べたように，関数を表す式に表れる変数は実数を表す．なので xy 座標平面において x 座標及び y 座標は実数である．虚数は xy 座標平面の点の x 座標や y 座標にならない．

$\boxed{\text{例}}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = x^2 - 2x + 3$ のグラフと x 軸との共有点を求める．

5.2 節で述べたように，関数を表す式に表れる変数は実数を表す．なので xy 座標平面において x 座標及び y 座標は実数である．虚数は xy 座標平面の点の x 座標や y 座標にならない．

例 xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = x^2 - 2x + 3$ のグラフと x 軸との共有点を求める．グラフに属す点 (x, y) について $y = x^2 - 2x + 3$ ．

5.2 節で述べたように，関数を表す式に表れる変数は実数を表す．なので xy 座標平面において x 座標及び y 座標は実数である．虚数は xy 座標平面の点の x 座標や y 座標にならない．

例 xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = x^2 - 2x + 3$ のグラフと x 軸との共有点を求める．グラフに属す点 (x, y) について $y = x^2 - 2x + 3$ ．この点が x 軸にも属すとき，y 座標は 0 なので，$y = 0$ ，よって $0 = x^2 - 2x + 3$ ．

5.2 節で述べたように，関数を表す式に表れる変数は実数を表す．なので xy 座標平面において x 座標及び y 座標は実数である．虚数は xy 座標平面の点の x 座標や y 座標にならない．

$\boxed{\text{例}}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = x^2 - 2x + 3$ のグラフと x 軸との共有点を求める．グラフに属す点 (x, y) について $y = x^2 - 2x + 3$ ．この点が x 軸にも属すとき，y 座標は 0 なので， $y = 0$ ，よって $0 = x^2 - 2x + 3$ ．x に関する 2 次方程式 $x^2 - 2x + 3 = 0$ は，判別式の値が $2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 < 0$ なので，解が虚数である．

5.2 節で述べたように，関数を表す式に表れる変数は実数を表す．なので xy 座標平面において x 座標及び y 座標は実数である．虚数は xy 座標平面の点の x 座標や y 座標にならない．

例 xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = x^2 - 2x + 3$ のグラフと x 軸との共有点を求める．グラフに属す点 (x, y) について $y = x^2 - 2x + 3$ ．この点が x 軸にも属すとき，y 座標は 0 なので，$y = 0$ ，よって $0 = x^2 - 2x + 3$ ．x に関する 2 次方程式 $x^2 - 2x + 3 = 0$ は，判別式の値が $2^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 < 0$ なので，解が虚数である．虚数は x 座標にならないので，$y = x^2 - 2x + 3$ のグラフと x 軸との共有点は無い． 終

$\boxed{問5.5.3}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = x^2 - \frac{7}{3}x + 2$ のグラフと x 軸との共有点を求めよ.

$y = x^2 - \frac{7}{3}x + 2$ とすると， $y = 0$ のとき $x^2 - \frac{7}{3}x + 2 = 0$ ，

$\boxed{\text{問}5.5.3}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = x^2 - \dfrac{7}{3}x + 2$ のグラフと x 軸との共有点を求めよ．

$y = x^2 - \dfrac{7}{3}x + 2$ とすると，$y = 0$ のとき $x^2 - \dfrac{7}{3}x + 2 = 0$ ，つまり $3x^2 - 7x + 6 = 0$ ；この x に関する 2 次方程式の実数解は無い．故に，$y = x^2 - \dfrac{7}{3}x + 2$ のグラフと x 軸との共有点は無い． $\boxed{\text{終}}$