5.4 関数のグラフ

変数 x の関数 $y=f(x)$ について，xy 座標平面においてグラフを描くと，視覚的に理解しやすくなる．

変数 x の関数 $y=f(x)$ について，xy 座標平面におけるグラフとは，$y=f(x)$ となる点 (x,y) の全体 $\{\,(x,y) \mid y=f(x)\,\}$ のことである．

変数 x の関数 $y=f(x)$ について，xy 座標平面におけるグラフとは，$y=f(x)$ となる点 (x,y) の全体 $\{\,(x,y)\mid y=f(x)\,\}$ のことである．変数 x の関数 $y=f(x)$ 及び各実数 a,b について，

$$\text{点 }(a,b)\text{ が }y=f(x)\text{ のグラフに属す}\iff (a,b)\in\{\,(x,y)\mid y=f(x)\,\}$$
$$\iff b=f(a)\ .$$

変数 x の関数 $y=f(x)$ について，xy 座標平面におけるグラフとは，$y=f(x)$ となる点 (x,y) の全体 $\{\,(x,y) \mid y=f(x)\,\}$ のことである．変数 x の関数 $y=f(x)$ 及び各実数 a,b について，

$$\text{点 } (a,b) \text{ が } y=f(x) \text{ のグラフに属す} \iff (a,b) \in \{\,(x,y) \mid y=f(x)\,\}$$
$$\iff b=f(a)\ .$$

$\boxed{\text{例}}$ 変数 x の関数 $y=x^2-3x$ について，xy 座標平面におけるグラフは，$y=x^2-3x$ となる点 (x,y) の全体 $\{\,(x,y) \mid y=x^2-3x\,\}$ である．

変数 x の関数 $y=f(x)$ について，xy 座標平面におけるグラフとは，$y=f(x)$ となる点 (x,y) の全体 $\{\,(x,y)\mid y=f(x)\,\}$ のことである．変数 x の関数 $y=f(x)$ 及び各実数 a,b について，

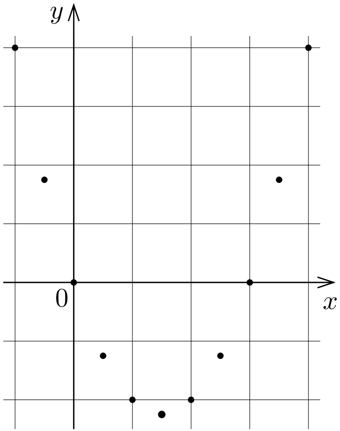
$$\text{点 } (a,b) \text{ が } y=f(x) \text{ のグラフに属す} \iff (a,b)\in\{\,(x,y)\mid y=f(x)\,\}$$
$$\iff b=f(a)\ .$$

$\boxed{\text{例}}$ 変数 x の関数 $y=x^2-3x$ について，xy 座標平面におけるグラフは，$y=x^2-3x$ となる点 (x,y) の全体 $\{\,(x,y)\mid y=x^2-3x\,\}$ である．各実数 a,b について，

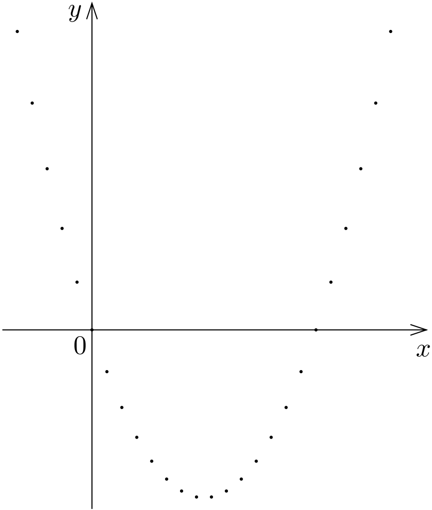
$$\text{点 } (a,b) \text{ が } y=x^2-3x \text{ のグラフに属す} \iff (a,b)\in\{\,(x,y)\mid y=x^2-3x\,\}$$
$$\iff b=a^2-3a\ .$$

関数 $y=x^2-3x$ について，x 座標が $-1,-0.5,0,0.5,1,1.5,2,2.5,3,3.5,4$ のときの y 座標を計算して，グラフの点をとる．

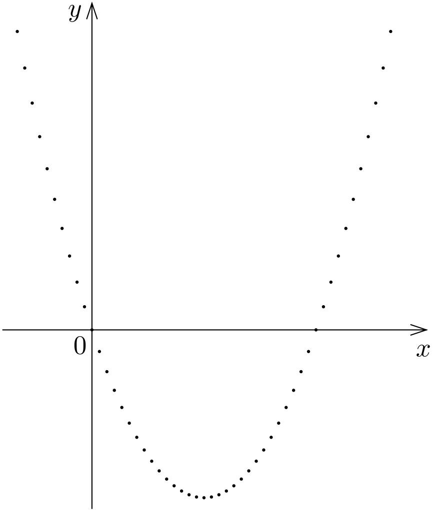
x の値	$y=x^2-3x$ の値	対応するグラフの点
-1	4	$(-1,4)$
-0.5	1.75	$(-0.5,1.75)$
0	0	$(0,0)$
0.5	-1.25	$(0.5,-1.25)$
1	-2	$(1,-2)$
1.5	-2.25	$(1.5,-2.25)$
2	-2	$(2,-2)$
2.5	-1.25	$(2.5,-1.25)$
3	0	$(3,0)$
3.5	1.75	$(3.5,1.75)$
4	4	$(4,4)$



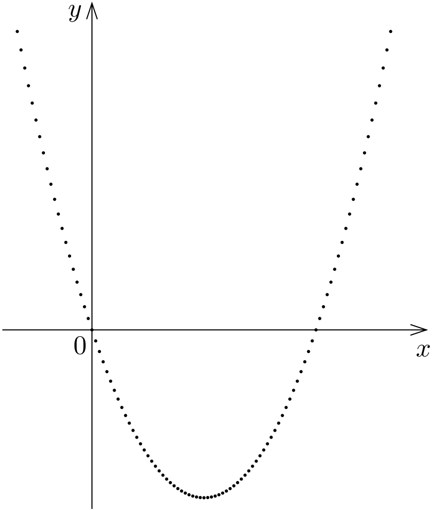
プロットする点を増やしていく.



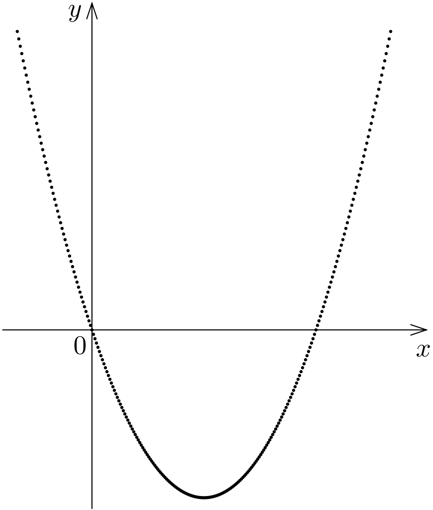
プロットする点を増やしていく.



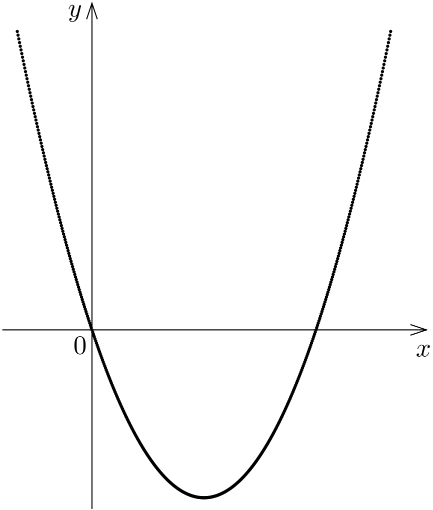
プロットする点を増やしていく.



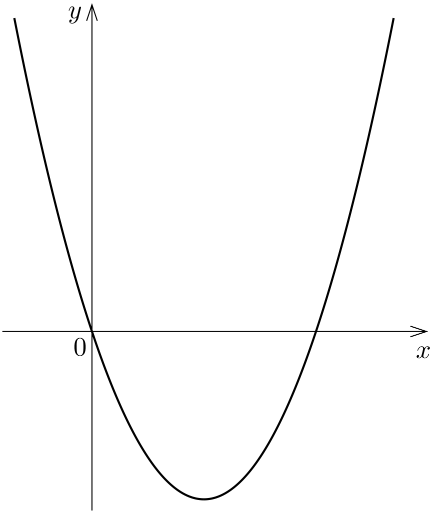
プロットする点を増やしていく.



プロットする点を増やしていく.



このようにして行きつく曲線が関数 $y = x^2 - 3x$ のグラフである.



終

例 xy 座標平面の 3 点 $(-1,2)$ と $(1,-2)$ と $(2,1)$ とについて，変数 x の関数 $y=x^2-3x$ のグラフに属すかどうか調べる．xy 座標平面の点を (x,y) とおく．

$\boxed{例}$ xy 座標平面の 3 点 $(-1,2)$ と $(1,-2)$ と $(2,1)$ とについて，変数 x の関数 $y=x^2-3x$ のグラフに属すかどうか調べる．xy 座標平面の点を (x,y) とおく． $(x,y)=(-1,2)$ のとき， $x^2-3x=4$ ， $y=2$ なので $x^2-3x \neq y$ ，よって点 $(-1,2)$ は $y=x^2-3x$ のグラフに属さない．

$\boxed{例}$ xy 座標平面の 3 点 $(-1,2)$ と $(1,-2)$ と $(2,1)$ とについて，変数 x の関数 $y=x^2-3x$ のグラフに属すかどうか調べる．xy 座標平面の点を (x,y) とおく． $(x,y)=(-1,2)$ のとき， $x^2-3x=4$ ， $y=2$ なので $x^2-3x \neq y$ ，よって点 $(-1,2)$ は $y=x^2-3x$ のグラフに属さない． $(x,y)=(1,-2)$ のとき， $x^2-3x=-2$ ， $y=-2$ なので $x^2-3x=y$ ，よって点 $(1,-2)$ は $y=x^2-3x$ のグラフに属さない．

例 xy 座標平面の 3 点 $(-1,2)$ と $(1,-2)$ と $(2,1)$ とについて，変数 x の関数 $y=x^2-3x$ のグラフに属すかどうか調べる．xy 座標平面の点を (x,y) とおく．$(x,y)=(-1,2)$ のとき，$x^2-3x=4$ ，$y=2$ なので $x^2-3x\neq y$ ，よって点 $(-1,2)$ は $y=x^2-3x$ のグラフに属さない．$(x,y)=(1,-2)$ のとき，$x^2-3x=-2$ ，$y=-2$ なので $x^2-3x=y$ ，よって点 $(1,-2)$ は $y=x^2-3x$ のグラフに属さない．$(x,y)=(2,1)$ のとき，$x^2-3x=-2$ ，$y=1$ なので $x^2-3x\neq y$ ，よって点 $(2,1)$ は $y=x^2-3x$ のグラフに属さない．

終

$\boxed{\text{問}5.4.1}$ xy 座標平面の以下の 4 点について，変数 x の関数 $y = x^3 - 5x$ のグラフに属すかどうか調べよ.

(1) 点 $(-1,6)$　**(2)** 点 $(0,3)$　**(3)** 点 $(1,4)$　**(4)** 点 $(2,-2)$

(1) $(x,y) = (-1,6)$ のとき $x^3 - 5x =$ 　　y なので，点 $(-1,6)$ は $y = x^3 - 5x$ のグラフに属

(2) $(x,y) = (0,3)$ のとき $x^3 - 5x =$ 　　y なので，点 $(0,5)$ は $y = x^3 - 5x$ のグラフに属

(3) $(x,y) = (1,4)$ のとき $x^3 - 5x =$ 　　y なので，点 $(0,5)$ は $y = x^3 - 5x$ のグラフに属

(4) $(x,y) = (2,-2)$ のとき $x^3 - 5x =$ 　　y なので，点 $(2,-2)$ は $y = x^3 - 5x$ のグラフに属

問5.4.1 xy 座標平面の以下の 4 点について，変数 x の関数 $y = x^3 - 5x$ のグラフに属すかどうか調べよ．

(1) 点 $(-1, 6)$ **(2)** 点 $(0, 3)$ **(3)** 点 $(1, 4)$ **(4)** 点 $(2, -2)$

(1) $(x, y) = (-1, 6)$ のとき $x^3 - 5x = 4 \neq y$ なので，点 $(-1, 6)$ は $y = x^3 - 5x$ のグラフに属さない．

(2) $(x, y) = (0, 3)$ のとき $x^3 - 5x =$ y なので，点 $(0, 5)$ は $y = x^3 - 5x$ のグラフに属

(3) $(x, y) = (1, 4)$ のとき $x^3 - 5x =$ y なので，点 $(0, 5)$ は $y = x^3 - 5x$ のグラフに属

(4) $(x, y) = (2, -2)$ のとき $x^3 - 5x =$ y なので，点 $(2, -2)$ は $y = x^3 - 5x$ のグラフに属

$\boxed{問5.4.1}$ xy 座標平面の以下の 4 点について，変数 x の関数 $y = x^3 - 5x$ のグラフに属すかどうか調べよ．

(1) 点 $(-1,6)$ **(2)** 点 $(0,3)$ **(3)** 点 $(1,4)$ **(4)** 点 $(2,-2)$

(1) $(x,y) = (-1,6)$ のとき $x^3 - 5x = 4 \neq y$ なので，点 $(-1,6)$ は $y = x^3 - 5x$ のグラフに属さない．

(2) $(x,y) = (0,3)$ のとき $x^3 - 5x = 3 \neq y$ なので，点 $(0,5)$ は $y = x^3 - 5x$ のグラフに属さない．

(3) $(x,y) = (1,4)$ のとき $x^3 - 5x =$ y なので，点 $(0,5)$ は $y = x^3 - 5x$ のグラフに属

(4) $(x,y) = (2,-2)$ のとき $x^3 - 5x =$ y なので，点 $(2,-2)$ は $y = x^3 - 5x$ のグラフに属

$\boxed{\text{問}5.4.1}$ xy 座標平面の以下の 4 点について，変数 x の関数 $y = x^3 - 5x$ のグラフに属すかどうか調べよ．

(1) 点 $(-1,6)$ **(2)** 点 $(0,3)$ **(3)** 点 $(1,4)$ **(4)** 点 $(2,-2)$

(1) $(x,y) = (-1,6)$ のとき $x^3 - 5x = 4 \neq y$ なので，点 $(-1,6)$ は $y = x^3 - 5x$ のグラフに属さない．

(2) $(x,y) = (0,3)$ のとき $x^3 - 5x = 3 \neq y$ なので，点 $(0,5)$ は $y = x^3 - 5x$ のグラフに属さない．

(3) $(x,y) = (1,4)$ のとき $x^3 - 5x = -4 \neq y$ なので，点 $(0,5)$ は $y = x^3 - 5x$ のグラフに属さない．

(4) $(x,y) = (2,-2)$ のとき $x^3 - 5x =$ y なので，点 $(2,-2)$ は $y = x^3 - 5x$ のグラフに属

$\boxed{問 5.4.1}$ xy 座標平面の以下の 4 点について，変数 x の関数 $y = x^3 - 5x$ のグラフに属すかどうか調べよ．

(1) 点 $(-1, 6)$ **(2)** 点 $(0, 3)$ **(3)** 点 $(1, 4)$ **(4)** 点 $(2, -2)$

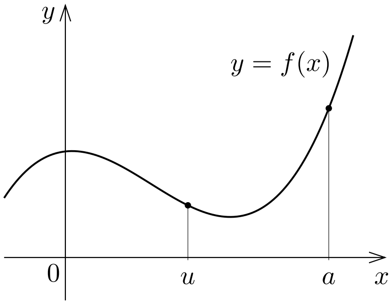
(1) $(x, y) = (-1, 6)$ のとき $x^3 - 5x = 4 \neq y$ なので，点 $(-1, 6)$ は $y = x^3 - 5x$ のグラフに属さない．

(2) $(x, y) = (0, 3)$ のとき $x^3 - 5x = 3 \neq y$ なので，点 $(0, 5)$ は $y = x^3 - 5x$ のグラフに属さない．

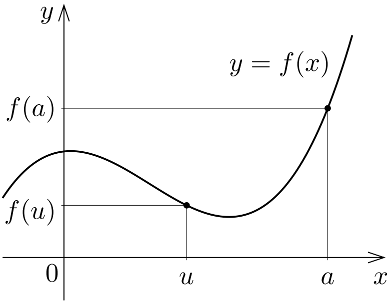
(3) $(x, y) = (1, 4)$ のとき $x^3 - 5x = -4 \neq y$ なので，点 $(0, 5)$ は $y = x^3 - 5x$ のグラフに属さない．

(4) $(x, y) = (2, -2)$ のとき $x^3 - 5x = -2 = y$ なので，点 $(2, -2)$ は $y = x^3 - 5x$ のグラフに属す． $\boxed{終}$

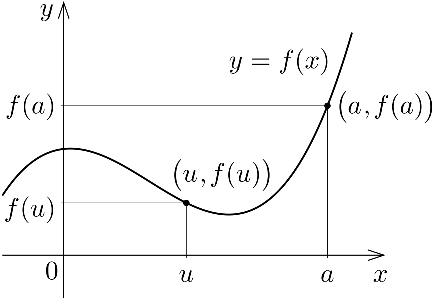
　xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=f(x)$ のグラフに属す点で x 座標が a である点を求める．



xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=f(x)$ のグラフに属す点で x 座標が a である点を求める．実数 y について，x 座標が a である点 (a, y) が関数 $y=f(x)$ のグラフに属すとすると，$y=f(a)$ ．



　xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=f(x)$ のグラフに属す点で x 座標が a である点を求める．実数 y について，x 座標が a である点 (a,y) が関数 $y=f(x)$ のグラフに属すとすると，$y=f(a)$ ．よって，関数 $y=f(x)$ のグラフの点で x 座標が a である点の y 座標は $f(a)$ である．



$\boxed{\text{例}}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=2x^2-4x$ のグラフに属す点で x 座標が 3 である点 P を求める．

例　xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=2x^2-4x$ のグラフに属す点で x 座標が 3 である点 P を求める．点 P の x 座標が 3 なので，ある実数 y について $\mathrm{P}=(3,y)$ ．この点 P が関数 $y=2x^2-4x$ のグラフに属すので，$y=2\cdot 3^2-4\cdot 3=6$ ．よって $\mathrm{P}=(3,6)$ ．　終

$\boxed{問 5.4.2}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = 2x^3 - x^2 + 7x$ のグラフに属す点で x 座標が -2 である点 A を求めよ．

点 A の x 座標が -2 なので，ある実数 y について $\mathrm{A} = (-2, y)$ ．この点 A が関数 $y = 2x^3 - x^2 + 7x$ のグラフに属すので，$y =$

．故に $\mathrm{A} =$ ．

$\boxed{問 5.4.2}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = 2x^3 - x^2 + 7x$ のグラフに属す点で x 座標が -2 である点 A を求めよ．

点 A の x 座標が -2 なので，ある実数 y について $\mathrm{A} = (-2, y)$ ．この点 A が関数 $y = 2x^3 - x^2 + 7x$ のグラフに属すので，$y = 2(-2)^3 - (-2)^2 + 7(-2) = -34$ ．故に $\mathrm{A} = (-2, -34)$ ． $\boxed{終}$

xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=f(x)$ のグラフの点で y 座標が a である点を求めたいとする．

xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=f(x)$ のグラフの点で y 座標が a である点を求めたいとする．実数 x について，y 座標が a である点 (x,a) が関数 $y=f(x)$ のグラフに属すとすると，$a=f(x)$ ．

xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=f(x)$ のグラフの点で y 座標が a である点を求めたいとする．実数 x について，y 座標が a である点 (x,a) が関数 $y=f(x)$ のグラフに属すとすると，$a=f(x)$ ．x に関する方程式 $a=f(x)$ の実数解が，関数 $y=f(x)$ のグラフの点で y 座標が a である点の x 座標である．

x 座標および y 座標は実数なので，x に関する方程式 $a=f(x)$ の解が虚数であるときは x 座標にならない．

$\boxed{例}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = x^2 - 7x + 6$ のグラフに属す点で y 座標が -4 である点 Q を求める．

$\boxed{\text{例}}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=x^2-7x+6$ のグラフに属す点で y 座標が -4 である点 Q を求める．点 Q の y 座標が -4 なので，ある実数 x について $\mathrm{Q}=(x,-4)$ ．

$\boxed{\text{例}}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=x^2-7x+6$ のグラフに属す点で y 座標が -4 である点 Q を求める．点 Q の y 座標が -4 なので，ある実数 x について $\mathrm{Q}=(x,-4)$ ．この点 Q が関数 $y=x^2-7x+6$ のグラフに属すので， $-4=x^2-7x+6$ ， $x^2-7x+10=0$ ， $(x-2)(x-5)=0$ ， $x=2$ または $x=5$ ．

例　xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=x^2-7x+6$ のグラフに属す点で y 座標が -4 である点 Q を求める．点 Q の y 座標が -4 なので，ある実数 x について $\mathrm{Q}=(x,-4)$ ．この点 Q が関数 $y=x^2-7x+6$ のグラフに属すので， $-4=x^2-7x+6$ ， $x^2-7x+10=0$ ， $(x-2)(x-5)=0$ ， $x=2$ または $x=5$ ．よって， $\mathrm{Q}=(2,-4)$ または $\mathrm{Q}=(5,-4)$ ．　終

$\boxed{問5.4.3}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = x^2 - 8x + 9$ のグラフに属す点で y 座標が -6 である点 P を求めよ．

点 P の y 座標が -6 なので，ある実数 x について $\mathrm{P} = (x, -6)$ ．この点 P が関数 $y = x^2 - 8x + 9$ のグラフに属すので，　　　　　　　，

　　　　　$= 0$ ，（　　　）（　　　）$= 0$ ，$x =$ 　　または $x =$ 　　．故に，

$\mathrm{P} =$ 　　　　　　または $\mathrm{P} =$ 　　　　　　．

$\boxed{問5.4.3}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = x^2 - 8x + 9$ のグラフに属す点で y 座標が -6 である点 P を求めよ.

点 P の y 座標が -6 なので，ある実数 x について $\mathrm{P} = (x, -6)$ ．この点 P が関数 $y = x^2 - 8x + 9$ のグラフに属すので，$-6 = x^2 - 8x + 9$ ，$x^2 - 8x + 15 = 0$ ，$(x-3)(x-5) = 0$ ，$x = 3$ または $x = 5$ ．故に，$\mathrm{P} = (3, -6)$ または $\mathrm{P} = (5, -6)$ ． $\boxed{終}$

本書では，xy 座標平面において，x 座標及び y 座標は実数である．虚数は xy 座標平面の点の x 座標や y 座標にならない．

本書では，xy 座標平面において，x 座標及び y 座標は実数である．虚数は xy 座標平面の点の x 座標や y 座標にならない．

$\boxed{\text{例}}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = 2x^2 - 5x + 7$ のグラフに属す点で y 座標が 3 である点 P を求める．

本書では，xy 座標平面において，x 座標及び y 座標は実数である．虚数は xy 座標平面の点の x 座標や y 座標にならない．

例 xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = 2x^2 - 5x + 7$ のグラフに属す点で y 座標が 3 である点 P を求める．点 P の y 座標が 3 なので，ある実数 x について $\mathrm{P} = (x, 3)$ ．

本書では，xy 座標平面において，x 座標及び y 座標は実数である．虚数は xy 座標平面の点の x 座標や y 座標にならない．

$\boxed{\text{例}}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=2x^2-5x+7$ のグラフに属す点で y 座標が 3 である点 P を求める．点 P の y 座標が 3 なので，ある実数 x について $\mathrm{P}=(x,3)$ ．この点 P が関数 $y=2x^2-5x+7$ のグラフに属すので，$3=2x^2-5x+7$ ，$2x^2-5x+4=0$ ；

本書では，xy 座標平面において，x 座標及び y 座標は実数である．虚数は xy 座標平面の点の x 座標や y 座標にならない．

$\boxed{\text{例}}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=2x^2-5x+7$ のグラフに属す点で y 座標が 3 である点 P を求める．点 P の y 座標が 3 なので，ある実数 x について $\mathrm{P}=(x,3)$ ．この点 P が関数 $y=2x^2-5x+7$ のグラフに属すので，$3=2x^2-5x+7$ ，$2x^2-5x+4=0$ ；この x に関する 2 次方程式は，判別式の値が $(-5)^2-4\cdot 2\cdot 4<0$ なので，解が虚数である．

本書では，xy 座標平面において，x 座標及び y 座標は実数である．虚数は xy 座標平面の点の x 座標や y 座標にならない．

$\boxed{例}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = 2x^2 - 5x + 7$ のグラフに属す点で y 座標が 3 である点 P を求める．点 P の y 座標が 3 なので，ある実数 x について $\mathrm{P} = (x,3)$ ．この点 P が関数 $y = 2x^2 - 5x + 7$ のグラフに属すので，$3 = 2x^2 - 5x + 7$ ，$2x^2 - 5x + 4 = 0$ ；この x に関する 2 次方程式は，判別式の値が $(-5)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4 < 0$ なので，解が虚数である．虚数は x 座標にならないので，P の x 座標は無い．

本書では，xy 座標平面において，x 座標及び y 座標は実数である．虚数は xy 座標平面の点の x 座標や y 座標にならない．

例 xy 座標平面において，変数 x の関数 $y=2x^2-5x+7$ のグラフに属す点で y 座標が 3 である点 P を求める．点 P の y 座標が 3 なので，ある実数 x について $\mathrm{P}=(x,3)$ ．この点 P が関数 $y=2x^2-5x+7$ のグラフに属すので，$3=2x^2-5x+7$ ，$2x^2-5x+4=0$ ；この x に関する 2 次方程式は，判別式の値が $(-5)^2-4\cdot2\cdot4<0$ なので，解が虚数である．虚数は x 座標にならないので，P の x 座標は無い．よって $y=2x^2-5x+7$ のグラフに属す点で y 座標が 3 である点 P は無い． 終

$\boxed{問5.4.4}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = 3x^2 - 7x + 6$ のグラフに属す点で y 座標が 1 である点 Q を求めよ．

点 Q の y 座標が 1 なので，ある実数 x について $\mathrm{P} = (x{,}1)$ ．この点 P が関数 $y = 3x^2 - 7x + 6$ のグラフに属すので，

$\boxed{問5.4.4}$ xy 座標平面において，変数 x の関数 $y = 3x^2 - 7x + 6$ のグラフに属す点で y 座標が 1 である点 Q を求めよ．

点 Q の y 座標が 1 なので，ある実数 x について $\mathrm{P} = (x,1)$ ．この点 P が関数 $y = 3x^2 - 7x + 6$ のグラフに属すので， $1 = 3x^2 - 7x + 6$ ， $3x^2 - 7x + 5 = 0$ ；この x に関する 2 次方程式は，判別式の値が $(-7)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 5 < 0$ なので解は虚数である．虚数は x 座標にならないので，P の x 座標は無い．よって $y = 3x^2 - 7x + 6$ のグラフに属す y 座標が 1 である点 Q は無い．

$\boxed{終}$