

## 4. 拡充2 絶対値記号が現れる方程式

[定理 2.7.5] 任意の実数  $a$  について  $|a|^2 = a^2$  .

[定理 2.3.2] 任意の数  $a, b$  について,  $a^2 = b^2 \iff a = \pm b$  .

[定理 2.7.5] 任意の実数  $a$  について  $|a|^2 = a^2$  .

[定理 2.3.2] 任意の数  $a, b$  について,  $a^2 = b^2 \iff a = \pm b$  .

実数  $a, b$  について,  $|a| = b$  ならば,  $|a|^2 = b^2$  ,

[定理 2.7.5] 任意の実数  $a$  について  $|a|^2 = a^2$  .

[定理 2.3.2] 任意の数  $a, b$  について,  $a^2 = b^2 \iff a = \pm b$  .

実数  $a, b$  について,  $|a| = b$  ならば,  $|a|^2 = b^2$  , 定理 2.7.5 により  $|a|^2 = a^2$  なので  $a^2 = b^2$  , 定理 2.3.2 により  $a = \pm b$  .

[定理 2.7.5] 任意の実数  $a$  について  $|a|^2 = a^2$  .

[定理 2.3.2] 任意の数  $a, b$  について,  $a^2 = b^2 \iff a = \pm b$  .

実数  $a, b$  について,  $|a| = b$  ならば,  $|a|^2 = b^2$  , 定理 2.7.5 により  $|a|^2 = a^2$  なので  $a^2 = b^2$  , 定理 2.3.2 により  $a = \pm b$  . このように, 任意の実数  $a, b$  について,

$|a| = b$  ならば,  $a = b$  または  $a = -b$  .

[定理 2.7.5] 任意の実数  $a$  について  $|a|^2 = a^2$  .

[定理 2.3.2] 任意の数  $a, b$  について,  $a^2 = b^2 \iff a = \pm b$  .

実数  $a, b$  について,  $|a| = b$  ならば,  $|a|^2 = b^2$  , 定理 2.7.5 により  $|a|^2 = a^2$  なので  $a^2 = b^2$  , 定理 2.3.2 により  $a = \pm b$  . このように, 任意の実数  $a, b$  について,

$|a| = b$  ならば,  $a = b$  または  $a = -b$  .

実数  $a, b$  について, “  $|a| = b$  ならば,  $a = b$  または  $a = -b$  ” であるが, “  $a = b$  または  $a = -b$  ならば,  $|a| = b$  ” であるとは限らない. つまり,  $|a| = b$  と, “  $a = b$  または  $a = -b$  ” とは, 同値であるとは限らない.

**例** 実数を表す変数  $x$  に関する方程式  $|2x - 3| + 7 = 3x$  を解く.

任意の実数  $a, b$  について,

$$|a| = b \text{ ならば, } a = b \text{ または } a = -b .$$

**例** 実数を表す変数  $x$  に関する方程式  $|2x - 3| + 7 = 3x$  を解く. 方程式

$|2x - 3| + 7 = 3x$  より,

$$|2x - 3| = 3x - 7 ,$$

任意の実数  $a, b$  について,

$$|a| = b \text{ ならば, } a = b \text{ または } a = -b .$$

**例** 実数を表す変数  $x$  に関する方程式  $|2x - 3| + 7 = 3x$  を解く. 方程式

$|2x - 3| + 7 = 3x$  より,

$$|2x - 3| = 3x - 7 ,$$

$$2x - 3 = 3x - 7 \text{ または } 2x - 3 = -(3x - 7) ,$$

$$-x = -4 \text{ または } 5x = 10 ,$$

$$x = 4 \text{ または } x = 2 .$$

任意の実数  $a, b$  について,

$$|a| = b \text{ ならば, } a = b \text{ または } a = -b .$$

**例** 実数を表す変数  $x$  に関する方程式  $|2x - 3| + 7 = 3x$  を解く. 方程式  $|2x - 3| + 7 = 3x$  より,

$$|2x - 3| = 3x - 7 ,$$

$$2x - 3 = 3x - 7 \text{ または } 2x - 3 = -(3x - 7) ,$$

$$-x = -4 \text{ または } 5x = 10 ,$$

$$x = 4 \text{ または } x = 2 .$$

方程式  $|2x - 3| + 7 = 3x$  から “ $x = 4$  または  $x = 2$ ” が導かれたが、逆に “ $x = 4$  または  $x = 2$ ” のとき  $|2x - 3| + 7 = 3x$  とは限らない. つまり 4 や 2 が方程式  $|2x - 3| + 7 = 3x$  の解であるとは限らない. よって 4 や 2 が解であるかどうか確かめなければならない.

任意の実数  $a, b$  について,

$$|a| = b \text{ ならば, } a = b \text{ または } a = -b .$$

**例** 実数を表す変数  $x$  に関する方程式  $|2x - 3| + 7 = 3x$  を解く. 方程式

$$|2x - 3| + 7 = 3x \text{ より,}$$

$$|2x - 3| = 3x - 7 ,$$

$$2x - 3 = 3x - 7 \text{ または } 2x - 3 = -(3x - 7) ,$$

$$-x = -4 \text{ または } 5x = 10 ,$$

$$x = 4 \text{ または } x = 2 .$$

$x = 4$  のとき  $|2x - 3| + 7 = 3x$  . 4 は与えられた方程式の解である.

任意の実数  $a, b$  について,

$$|a| = b \text{ ならば, } a = b \text{ または } a = -b .$$

**例** 実数を表す変数  $x$  に関する方程式  $|2x - 3| + 7 = 3x$  を解く. 方程式

$$|2x - 3| + 7 = 3x \text{ より,}$$

$$|2x - 3| = 3x - 7 ,$$

$$2x - 3 = 3x - 7 \text{ または } 2x - 3 = -(3x - 7) ,$$

$$-x = -4 \text{ または } 5x = 10 ,$$

$$x = 4 \text{ または } x = 2 .$$

$x = 4$  のとき  $|2x - 3| + 7 = 3x$  . 4 は与えられた方程式の解である.  $x = 2$  のとき  $|2x - 3| + 7 \neq 3x$  . 2 は与えられた方程式の解でない.

任意の実数  $a, b$  について,

$$|a| = b \text{ ならば, } a = b \text{ または } a = -b .$$

**例** 実数を表す変数  $x$  に関する方程式  $|2x - 3| + 7 = 3x$  を解く. 方程式  $|2x - 3| + 7 = 3x$  より,

$$|2x - 3| = 3x - 7 ,$$

$$2x - 3 = 3x - 7 \text{ または } 2x - 3 = -(3x - 7) ,$$

$$-x = -4 \text{ または } 5x = 10 ,$$

$$x = 4 \text{ または } x = 2 .$$

$x = 4$  のとき  $|2x - 3| + 7 = 3x$  . 4 は与えられた方程式の解である.  $x = 2$  のとき  $|2x - 3| + 7 \neq 3x$  . 2 は与えられた方程式の解でない. 故に与えられた方程式の解は 4 だけである. 終

**例** 実数を表す変数  $y$  に関する方程式  $2|y+3|+y=1$  を解く.

**例** 実数を表す変数  $y$  に関する方程式  $2|y+3|+y=1$  を解く. 方程式  $2|y+3|+y=1$  より,

$$2|y+3|=1-y,$$

$$2(y+3)=y-1 \quad \text{または} \quad 2(y+3)=1-y,$$

**例** 実数を表す変数  $y$  に関する方程式  $2|y+3|+y=1$  を解く. 方程式  $2|y+3|+y=1$  より,

$$2|y+3|=1-y,$$

$$2(y+3)=y-1 \quad \text{または} \quad 2(y+3)=1-y,$$

$$y=-7 \quad \text{または} \quad 3y=-5.$$

$$y=-7 \quad \text{または} \quad y=-\frac{5}{3}.$$

例 実数を表す変数  $y$  に関する方程式  $2|y+3|+y=1$  を解く. 方程式  $2|y+3|+y=1$  より,

$$2|y+3|=1-y,$$

$$2(y+3)=y-1 \quad \text{または} \quad 2(y+3)=1-y,$$

$$y=-7 \quad \text{または} \quad 3y=-5.$$

$$y=-7 \quad \text{または} \quad y=-\frac{5}{3}.$$

$y=-7$  のときも  $y=-\frac{5}{3}$  のときも  $2|y+3|+y=1$ .

例 実数を表す変数  $y$  に関する方程式  $2|y+3|+y=1$  を解く. 方程式  $2|y+3|+y=1$  より,

$$2|y+3|=1-y,$$

$$2(y+3)=y-1 \quad \text{または} \quad 2(y+3)=1-y,$$

$$y=-7 \quad \text{または} \quad 3y=-5.$$

$$y=-7 \quad \text{または} \quad y=-\frac{5}{3}.$$

$y=-7$  のときも  $y=-\frac{5}{3}$  のときも  $2|y+3|+y=1$ . 故に与えられた方程式の解は  $-7$  と  $-\frac{5}{3}$  とである. 終

**問4.拡充2.1** 実数を表す変数  $x$  に関する方程式  $|4-x|+8=3x$  を解け.

方程式  $|4-x|+8=3x$  より,

$$|4-x| = \quad ,$$

$$4-x = \quad \text{または} \quad 4-x = \quad ,$$

$$x = \quad \text{または} \quad x = \quad ,$$

$$x = \quad \text{または} \quad x = \quad .$$

$x = \quad$  のとき  $|4-x|+8 = 3x$  .  $x = 3$  のとき  $|4-x|+8 = 3x$  . 故に与えられた方程式の解は

**問4.拡充2.1** 実数を表す変数  $x$  に関する方程式  $|4-x|+8=3x$  を解け.

方程式  $|4-x|+8=3x$  より,

$$|4-x|=3x-8,$$

$$4-x=3x-8 \text{ または } 4-x=-3x+8,$$

$$-4x=-12 \text{ または } 2x=4,$$

$$x=3 \text{ または } x=2.$$

$x=2$  のとき  $|4-x|+8 \neq 3x$  .  $x=3$  のとき  $|4-x|+8=3x$  . 故に与えられた方程式の解は 3 だけである.

終

**問4.拡充2.2** 実数を表す変数  $x$  に関する方程式  $|2x+1|+x=5$  を解け.

方程式  $|2x+1|+x=5$  より,

$$|2x+1| = \quad ,$$

$$2x+1 = \quad \text{または} \quad 2x+1 = \quad ,$$

$$x = \quad \text{または} \quad x = \quad ,$$

$$x = \quad \text{または} \quad x = \quad .$$

$x = \quad$  のときも  $x = \quad$  のときも  $|2x+1|+x \neq 5$  . 故に与えられた方程式

の解は

問4.拡充2.2 実数を表す変数  $x$  に関する方程式  $|2x+1|+x=5$  を解け.

方程式  $|2x+1|+x=5$  より,

$$|2x+1|=5-x,$$

$$2x+1=5-x \quad \text{または} \quad 2x+1=x-5,$$

$$3x=4 \quad \text{または} \quad x=-6,$$

$$x=\frac{4}{3} \quad \text{または} \quad x=-6.$$

$x=\frac{4}{3}$  のときも  $x=-6$  のときも  $|2x+1|+x=5$  . 故に与えられた方程式の解は  $\frac{4}{3}$  と  $-6$  とである. 終

問4.拡充2.3 実数を表す変数  $x$  に関する方程式  $|5x - 3| + 2 = 3x$  を解け.

方程式  $|5x - 3| + 2 = 3x$  より,

$$|5x - 3| = \quad ,$$

$$5x - 3 = \quad \text{または} \quad 5x - 3 = \quad ,$$

$$x = \quad \text{または} \quad x = \quad ,$$

$$x = \quad \text{または} \quad x = \quad .$$

$x = \quad$  のときも  $x = \quad$  のときも  $|5x - 3| + 2 = 2x$  . 故に与えられた方程式の解は

問4.拡充2.3 実数を表す変数  $x$  に関する方程式  $|5x - 3| + 2 = 3x$  を解け.

方程式  $|5x - 3| + 2 = 3x$  より,

$$|5x - 3| = 3x - 2,$$

$$5x - 3 = 3x - 2 \quad \text{または} \quad 5x - 3 = -3x + 2,$$

$$2x = 1 \quad \text{または} \quad 8x = 5,$$

$$x = \frac{1}{2} \quad \text{または} \quad x = \frac{5}{8}.$$

$x = \frac{1}{2}$  のときも  $x = \frac{5}{8}$  のときも  $|5x - 3| + 2 \neq 2x$  . 故に与えられた方程式の解は無い. 終

問4.拡充2.4 実数を表す変数  $y$  に関する方程式  $\frac{3}{2}|y-4|+5=2y$  を解け.

方程式  $\frac{3}{2}|y-4|+5=2y$  より,

$$\frac{3}{2}|y-4| = \quad ,$$

$$3|y-4| = \quad ,$$

$$3(y-4) = \quad \text{または} \quad 3(y-4) = \quad ,$$

$$y = \quad \text{または} \quad y = \quad ,$$

$$y = \quad \text{または} \quad y = \quad .$$

$y = \quad$  のとき  $\frac{3}{2}|y-4|+5 = 2y$  .  $y = \frac{22}{7}$  のとき  $\frac{3}{2}|y-4|+5 = 2y$  . 故に

与えられた方程式の解は

問4.拡充2.4 実数を表す変数  $y$  に関する方程式  $\frac{3}{2}|y-4|+5=2y$  を解け.

方程式  $\frac{3}{2}|y-4|+5=2y$  より,

$$\frac{3}{2}|y-4|=2y-5,$$

$$3|y-4|=4y-10,$$

$$3(y-4)=4y-10 \text{ または } 3(y-4)=-4y+10,$$

$$-y=2 \text{ または } 7y=22,$$

$$y=-2 \text{ または } y=\frac{22}{7}.$$

$y=-2$  のとき  $\frac{3}{2}|y-4|+5 \neq 2y$ .  $y=\frac{22}{7}$  のとき  $\frac{3}{2}|y-4|+5=2y$ . 故に

与えられた方程式の解は  $\frac{22}{7}$  だけである.

終

問4.拡充2.5 実数を表す変数  $y$  に関する方程式  $3\left|\frac{y-5}{2}\right| + y = 3$  を解け.

方程式  $3\left|\frac{y-5}{2}\right| + y = 3$  より,

$$3\frac{|y-5|}{2} = \quad ,$$

$$3|y-5| = \quad .$$

$$3(y-5) = \quad \text{または} \quad 3(y-5) = \quad .$$

$$y = \quad \text{または} \quad y = \quad .$$

$$y = \quad \text{または} \quad y = \quad .$$

$y = \quad$  のとき  $3\left|\frac{y-5}{2}\right| + y = 3$  .  $y = \quad$  のとき  $3\left|\frac{y-5}{2}\right| + y = 3$  . 故に与えられた方程式の解は

問4.拡充2.5 実数を表す変数  $y$  に関する方程式  $3\left|\frac{y-5}{2}\right| + y = 3$  を解け.

方程式  $3\left|\frac{y-5}{2}\right| + y = 3$  より,

$$3\frac{|y-5|}{2} = 3 - y,$$

$$3|y-5| = 6 - 2y.$$

$$3(y-5) = 2y-6 \quad \text{または} \quad 3(y-5) = 6-2y.$$

$$y = 9 \quad \text{または} \quad 5y = 21.$$

$$y = 9 \quad \text{または} \quad y = \frac{21}{5}.$$

$y = 9$  のとき  $3\left|\frac{y-5}{2}\right| + y \neq 3$ .  $y = \frac{21}{5}$  のとき  $3\left|\frac{y-5}{2}\right| + y \neq 3$ . 故に与えられた方程式の解は無い.

終

問4.拡充2.6 実数を表す変数  $y$  に関する方程式  $\frac{5}{3}|1-2y|-7=2y$  を解け.

方程式  $\frac{5}{3}|1-2y|-7=2y$  より,

$$\frac{5}{3}|1-2y| = \quad ,$$

$$5|1-2y| = \quad ,$$

$$5(1-2y) = \quad \text{または} \quad 5(1-2y) = \quad ,$$

$$y = \quad \text{または} \quad y = \quad ,$$

$$y = \quad \text{または} \quad y = \quad .$$

$y = \quad$  のときも  $y = \quad$  のときも  $\frac{5}{3}|1-2y|-7=2y$  . 故に与えられた方

程式の解は

問4.拡充2.6 実数を表す変数  $y$  に関する方程式  $\frac{5}{3}|1-2y|-7=2y$  を解け.

方程式  $\frac{5}{3}|1-2y|-7=2y$  より,

$$\frac{5}{3}|1-2y|=2y+7,$$

$$5|1-2y|=6y+21,$$

$$5(1-2y)=6y+21 \text{ または } 5(1-2y)=-6y-21,$$

$$-16y=16 \text{ または } -4y=-26,$$

$$y=-1 \text{ または } y=\frac{13}{2}.$$

$y=-1$  のときも  $y=\frac{13}{2}$  のときも  $\frac{5}{3}|1-2y|-7=2y$  . 故に与えられた方程式の解は  $-1$  と  $\frac{13}{2}$  とである.

終