4.9 無理方程式

根号 $\sqrt{}$ の中に変数が現れるような方程式を無理方程式ということがある.

根号 $\sqrt{}$ の中に変数が現れるような方程式を無理方程式ということがある．根号の中が虚数のときの値は定義されていないので，根号の中の式の値は実数に限る．

根号 $\sqrt{\quad}$ の中に変数が現れるような方程式を無理方程式ということがある．根号の中が虚数のときの値は定義されていないので，根号の中の式の値は実数に限る．例えば変数 x の無理式 $\sqrt{3x+5}$ を考えるとき，$2x+5$ の値は実数でなければならないので，x の値は実数でなければならばい．

根号 $\sqrt{}$ の中に変数が現れるような方程式を無理方程式ということがある．根号の中が虚数のときの値は定義されていないので，根号の中の式の値は実数に限る．例えば変数 x の無理式 $\sqrt{3x+5}$ を考えるとき，$2x+5$ の値は実数でなければならないので，x の値は実数でなければならばい．このような理由で，根号 $\sqrt{}$ の中に変数 x が現れる無理方程式では通常は x は実数を表すものと約束する．

根号 $\sqrt{\ }$ の中に変数が現れるような方程式を無理方程式ということがある．根号の中が虚数のときの値は定義されていないので，根号の中の式の値は実数に限る．例えば変数 x の無理式 $\sqrt{3x+5}$ を考えるとき，$2x+5$ の値は実数でなければならないので，x の値は実数でなければならばい．このような理由で，根号 $\sqrt{\ }$ の中に変数 x が現れる無理方程式では通常は x は実数を表すものと約束する．

無理方程式を解くために次のことを用いる．

(1) 実数を表す式 A と B とについて，等式 $A=B$ から等式 $A^2=B^2$ を導く；但し，等式 $A^2=B^2$ から等式 $A=B^2$ は必ずしも導かれないので，等式 $A=B$ と等式 $A^2=B^2$ とは必ずしも同値でない．

(2) 実数を表す式 A について $\sqrt{A}^{\,2}=A$（定理 **2.8.2**）．

例 実数を表す変数 x に関する無理方程式 $\sqrt{x+3}=x+1$ を解く.

$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 x に関する無理方程式 $\sqrt{x+3}=x+1$ を解く．両辺を 2 乗すると

$$\sqrt{x+3}^{\,2} = (x+1)^2 \ ,$$

$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 x に関する無理方程式 $\sqrt{x+3} = x+1$ を解く．両辺を 2 乗すると

$$\sqrt{x+3}^{\,2} = (x+1)^2 \ ,$$

この等式の左辺は $\sqrt{x+3}^{\,2} = x+3$ で右辺は $(x+1)^2 = x^2+2x+1$ なので，

$$x+3 = x^2+2x+1 \ ,$$

$$x^2+x-2 = 0 \ ,$$

$\boxed{例}$ 実数を表す変数 x に関する無理方程式 $\sqrt{x+3} = x+1$ を解く．両辺を 2 乗すると

$$\sqrt{x+3}^{\,2} = (x+1)^2 \ ,$$

この等式の左辺は $\sqrt{x+3}^{\,2} = x+3$ で右辺は $(x+1)^2 = x^2+2x+1$ なので，

$$x+3 = x^2+2x+1 \ ,$$

$$x^2+x-2 = 0 \ ,$$

よって $(x-1)(x+2) = 0$ なので， $x = 1$ または $x = -2$ ．

$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 x に関する無理方程式 $\sqrt{x+3}=x+1$ を解く．両辺を 2 乗すると

$$\sqrt{x+3}^{\,2} = (x+1)^2 \ ,$$

この等式の左辺は $\sqrt{x+3}^{\,2}=x+3$ で右辺は $(x+1)^2=x^2+2x+1$ なので，

$$x+3=x^2+2x+1 \ ,$$

$$x^2+x-2=0 \ ,$$

よって $(x-1)(x+2)=0$ なので， $x=1$ または $x=-2$ ．故に，

$$\sqrt{x+3} = x+1 \ \text{ならば} \quad x = 1 \ \text{または} \ x = -2 \ .$$

$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 x に関する無理方程式 $\sqrt{x+3}=x+1$ を解く．両辺を 2 乗すると

$$\sqrt{x+3}^2 = (x+1)^2 \ ,$$

この等式の左辺は $\sqrt{x+3}^2=x+3$ で右辺は $(x+1)^2=x^2+2x+1$ なので，

$$x+3=x^2+2x+1 \ ,$$

$$x^2+x-2=0 \ ,$$

よって $(x-1)(x+2)=0$ なので， $x=1$ または $x=-2$ ．故に，

$$\sqrt{x+3} = x+1 \text{ ならば } \quad x = 1 \text{ または } x = -2 \ .$$

　等式 $\sqrt{x+3}=x+1$ から等式 $\sqrt{x+3}^2=(x+1)^2$ が導けるが，逆に $\sqrt{x+3}^2=(x+1)^2$ から $\sqrt{x+3}=x+1$ を導けない．なので，x に関する方程式 $\sqrt{x+3}^2=(x+1)^2$ の解の範囲は，元の方程式 $\sqrt{x+3}=x+1$ の解の範囲を含むが，元の方程式の解でない数も含むかもしれない．よって，方程式 $\sqrt{x+3}^2=(x+1)^2$ の解の各々が与えられた方程式 $\sqrt{x+3}=x+1$ の解であるかどうか調べる必要がある．

$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 x に関する無理方程式 $\sqrt{x+3} = x+1$ を解く．両辺を 2 乗すると

$$\sqrt{x+3}^{\,2} = (x+1)^2 \ ,$$

この等式の左辺は $\sqrt{x+3}^{\,2} = x+3$ で右辺は $(x+1)^2 = x^2+2x+1$ なので，

$$x+3 = x^2+2x+1 \ ,$$

$$x^2+x-2=0 \ ,$$

よって $(x-1)(x+2)=0$ なので， $x=1$ または $x=-2$ ．故に，

$$\sqrt{x+3} = x+1 \ \text{ならば} \quad x=1 \ \text{または} \ x=-2 \ .$$

$x=1$ のとき， $\sqrt{x+3} = \sqrt{4} = 2$ かつ $x+1=2$ なので， $\sqrt{x+3} = x+1$ ．1 は与えられた方程式の解である．

$\boxed{例}$ 実数を表す変数 x に関する無理方程式 $\sqrt{x+3}=x+1$ を解く．両辺を 2 乗すると

$$\sqrt{x+3}^{\,2} = (x+1)^2 \ ,$$

この等式の左辺は $\sqrt{x+3}^{\,2}=x+3$ で右辺は $(x+1)^2=x^2+2x+1$ なので，

$$x+3=x^2+2x+1 \ ,$$

$$x^2+x-2=0 \ ,$$

よって $(x-1)(x+2)=0$ なので， $x=1$ または $x=-2$ ．故に，

$$\sqrt{x+3} = x+1 \ \text{ならば} \quad x = 1 \ \text{または} \ x = -2 \ .$$

$x=1$ のとき， $\sqrt{x+3}=\sqrt{4}=2$ かつ $x+1=2$ なので， $\sqrt{x+3}=x+1$ ． 1 は与えられた方程式の解である． $x=-2$ のとき， $\sqrt{x+3}=\sqrt{1}=1$ かつ $x+1=-1$ なので， $\sqrt{x+3}\neq x+1$ ． -2 は与えられた方程式の解でない．

$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 x に関する無理方程式 $\sqrt{x+3}=x+1$ を解く．両辺を 2 乗すると

$$\sqrt{x+3}^2 = (x+1)^2 \ ,$$

この等式の左辺は $\sqrt{x+3}^2=x+3$ で右辺は $(x+1)^2=x^2+2x+1$ なので，

$$x+3=x^2+2x+1 \ ,$$

$$x^2+x-2=0 \ ,$$

よって $(x-1)(x+2)=0$ なので， $x=1$ または $x=-2$ ．故に，

$$\sqrt{x+3} = x+1 \text{ ならば } \quad x = 1 \text{ または } x = -2 \ .$$

$x=1$ のとき， $\sqrt{x+3}=\sqrt{4}=2$ かつ $x+1=2$ なので， $\sqrt{x+3}=x+1$ ． 1 は与えられた方程式の解である． $x=-2$ のとき， $\sqrt{x+3}=\sqrt{1}=1$ かつ $x+1=-1$ なので， $\sqrt{x+3}\neq x+1$ ． -2 は与えられた方程式の解でない．故に与えられた方程式の解は 1 だけである． $\boxed{\text{終}}$

$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $x-\sqrt{19-2x}=2$ を解く．$\sqrt{\bigcirc}=\square$ の形の等式に変形して両辺を 2 乗して求めた解が元の方程式の解であるかどうか調べる．方程式 $x-\sqrt{19-2x}=2$ より，

$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $x-\sqrt{19-2x}=2$ を解く．$\sqrt{\bigcirc}=\square$ の形の等式に変形して両辺を2乗して求めた解が元の方程式の解であるかどうか調べる．方程式 $x-\sqrt{19-2x}=2$ より，

$$\sqrt{19-2x}=x-2\ ,$$

$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $x-\sqrt{19-2x}=2$ を解く． $\sqrt{\bigcirc}=\square$ の形の等式に変形して両辺を 2 乗して求めた解が元の方程式の解であるかどうか調べる．方程式 $x-\sqrt{19-2x}=2$ より，

$$\sqrt{19-2x}=x-2\ ,$$

$$\sqrt{19-2x}^{\,2}=(x-2)^2\ ,$$

$$19-2x=x^2-4x+4\ ,$$

$\boxed{例}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $x-\sqrt{19-2x}=2$ を解く．$\sqrt{\bigcirc}=\square$ の形の等式に変形して両辺を 2 乗して求めた解が元の方程式の解であるかどうか調べる．方程式 $x-\sqrt{19-2x}=2$ より，

$$\sqrt{19-2x}=x-2\ ,$$

$$\sqrt{19-2x}^{\,2}=(x-2)^2\ ,$$

$$19-2x=x^2-4x+4\ ,$$

$$x^2-2x-15=0\ ,$$

$$(x+3)(x-5)=0\ ,$$

$$x=5\ \text{または}\ x=-3\ .$$

$\boxed{例}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $x-\sqrt{19-2x}=2$ を解く． $\sqrt{\bigcirc}=\square$ の形の等式に変形して両辺を 2 乗して求めた解が元の方程式の解であるかどうか調べる．方程式 $x-\sqrt{19-2x}=2$ より，

$$\sqrt{19-2x}=x-2\ ,$$

$$\sqrt{19-2x}^{\,2}=(x-2)^2\ ,$$

$$19-2x=x^2-4x+4\ ,$$

$$x^2-2x-15=0\ ,$$

$$(x+3)(x-5)=0\ ,$$

$$x=5\ \text{または}\ x=-3\ .$$

$x=5$ のとき $x-\sqrt{19-2x}=5-\sqrt{9}=2$ ． 5 は与えられた方程式の解である．

$\boxed{例}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $x-\sqrt{19-2x}=2$ を解く．$\sqrt{\bigcirc}=\square$ の形の等式に変形して両辺を 2 乗して求めた解が元の方程式の解であるかどうか調べる．方程式 $x-\sqrt{19-2x}=2$ より，

$$\sqrt{19-2x}=x-2\ ,$$

$$\sqrt{19-2x}^{\,2}=(x-2)^2\ ,$$

$$19-2x=x^2-4x+4\ ,$$

$$x^2-2x-15=0\ ,$$

$$(x+3)(x-5)=0\ ,$$

$$x=5 \text{ または } x=-3\ .$$

$x=5$ のとき $x-\sqrt{19-2x}=5-\sqrt{9}=2$ ．5 は与えられた方程式の解である．$x=-3$ のとき $x-\sqrt{19-2x}\neq 2$ ．-3 は与えられた方程式の解でない．

$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $x-\sqrt{19-2x}=2$ を解く. $\sqrt{\bigcirc}=\square$ の形の等式に変形して両辺を 2 乗して求めた解が元の方程式の解であるかどうか調べる. 方程式 $x-\sqrt{19-2x}=2$ より,

$$\sqrt{19-2x}=x-2\ ,$$

$$\sqrt{19-2x}^{\,2}=(x-2)^2\ ,$$

$$19-2x=x^2-4x+4\ ,$$

$$x^2-2x-15=0\ ,$$

$$(x+3)(x-5)=0\ ,$$

$$x=5\ \text{ または }\ x=-3\ .$$

$x=5$ のとき $x-\sqrt{19-2x}=5-\sqrt{9}=2$. 5 は与えられた方程式の解である. $x=-3$ のとき $x-\sqrt{19-2x}\neq 2$. -3 は与えられた方程式の解でない. 故に与えられた方程式の解は 5 だけである. $\boxed{\text{終}}$

$\boxed{\text{問}4.9.1}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $\sqrt{25-x^2}+x=1$ を解け.

方程式 $\sqrt{25-x^2}+x=1$ より,

$$\sqrt{25-x^2} = \qquad\qquad ,$$

$$\sqrt{25-x^2}^{\,2} = (\qquad\quad)^2 \ ,$$

$$= \qquad\qquad\qquad\quad ,$$

$$= 0 \ ,$$

$$(\qquad\quad)(\qquad\quad) = 0 \ ,$$

$$x = \qquad \text{または} \quad x = \qquad .$$

$x=$ 　　のとき, $\sqrt{25-x^2}+x$ 　1 . 　　は与えられた方程式の解で　　.
$x=$ 　　のとき, $\sqrt{25-x^2}+x$ 　1 . 　　は与えられた方程式の解で　　. 故に与えられた方程式の解は　　　　　　.

$\boxed{問4.9.1}$ 実数を表す変数 x に関する方程式 $\sqrt{25-x^2}+x=1$ を解け.

方程式 $\sqrt{25-x^2}+x=1$ より,

$$\sqrt{25-x^2}=1-x\ ,$$

$$\sqrt{25-x^2}^{\,2}=(1-x)^2\ ,$$

$$25-x^2=x^2-2x+1\ ,$$

$$x^2-x-12=0\ ,$$

$$(x-4)(x+3)=0\ ,$$

$$x=4\ \text{または}\ x=-3\ .$$

$x=4$ のとき, $\sqrt{25-x^2}+x\neq 1$. 4 は与えられた方程式の解でない. $x=-3$ のとき, $\sqrt{25-x^2}+x=1$. -3 は与えられた方程式の解である. 故に与えられた方程式の解は -3 だけである. $\boxed{終}$

$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 a に関する方程式 $6-\sqrt{20-a^2}=a$ を解く． $\sqrt{\bigcirc}=\square$ の形の等式に変形して両辺を 2 乗して求めた解が元の方程式の解であるかどうか調べる．方程式 $6-\sqrt{20-a^2}=a$ より，

$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 a に関する方程式 $6-\sqrt{20-a^2}=a$ を解く． $\sqrt{\bigcirc}=\square$ の形の等式に変形して両辺を 2 乗して求めた解が元の方程式の解であるかどうか調べる．方程式 $6-\sqrt{20-a^2}=a$ より，

$$\sqrt{20-a^2}=6-a\ ,$$

$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 a に関する方程式 $6-\sqrt{20-a^2}=a$ を解く. $\sqrt{\bigcirc}=\square$ の形の等式に変形して両辺を 2 乗して求めた解が元の方程式の解であるかどうか調べる. 方程式 $6-\sqrt{20-a^2}=a$ より,

$$\sqrt{20-a^2}=6-a\ ,$$

$$\sqrt{20-a^2}^{\,2}=(6-a)^2\ ,$$

$$20-a^2=a^2-12a+36\ ,$$

$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 a に関する方程式 $6-\sqrt{20-a^2}=a$ を解く．$\sqrt{\bigcirc}=\square$ の形の等式に変形して両辺を 2 乗して求めた解が元の方程式の解であるかどうか調べる．方程式 $6-\sqrt{20-a^2}=a$ より，

$$\sqrt{20-a^2}=6-a\ ,$$

$$\sqrt{20-a^2}^{\,2}=(6-a)^2\ ,$$

$$20-a^2=a^2-12a+36\ ,$$

$$a^2-6a+8=0\ ,$$

$$(a-2)(a-4)=0\ .$$

$$a=2\ \text{ または }\ a=4\ .$$

$\boxed{例}$ 実数を表す変数 a に関する方程式 $6-\sqrt{20-a^2}=a$ を解く．$\sqrt{\bigcirc}=\square$ の形の等式に変形して両辺を 2 乗して求めた解が元の方程式の解であるかどうか調べる．方程式 $6-\sqrt{20-a^2}=a$ より，

$$\sqrt{20-a^2}=6-a\ ,$$

$$\sqrt{20-a^2}^{\,2}=(6-a)^2\ ,$$

$$20-a^2=a^2-12a+36\ ,$$

$$a^2-6a+8=0\ ,$$

$$(a-2)(a-4)=0\ .$$

$$a=2\ \text{ または }\ a=4\ .$$

$a=2$ のとき $6-\sqrt{20-a^2}=a$．2 は与えられた方程式の解である．

$\boxed{例}$ 実数を表す変数 a に関する方程式 $6-\sqrt{20-a^2}=a$ を解く．$\sqrt{\bigcirc}=\square$ の形の等式に変形して両辺を 2 乗して求めた解が元の方程式の解であるかどうか調べる．方程式 $6-\sqrt{20-a^2}=a$ より，

$$\sqrt{20-a^2}=6-a\ ,$$

$$\sqrt{20-a^2}^{\,2}=(6-a)^2\ ,$$

$$20-a^2=a^2-12a+36\ ,$$

$$a^2-6a+8=0\ ,$$

$$(a-2)(a-4)=0\ .$$

$$a=2\ \text{ または }\ a=4\ .$$

$a=2$ のとき $6-\sqrt{20-a^2}=a$ ．2 は与えられた方程式の解である．$a=4$ のとき $6-\sqrt{20-a^2}=a$ ．4 は与えられた方程式の解である．

例 実数を表す変数 a に関する方程式 $6-\sqrt{20-a^2}=a$ を解く． $\sqrt{\bigcirc}=\square$ の形の等式に変形して両辺を2乗して求めた解が元の方程式の解であるかどうか調べる．方程式 $6-\sqrt{20-a^2}=a$ より，

$$\sqrt{20-a^2}=6-a\ ,$$

$$\sqrt{20-a^2}^{\,2}=(6-a)^2\ ,$$

$$20-a^2=a^2-12a+36\ ,$$

$$a^2-6a+8=0\ ,$$

$$(a-2)(a-4)=0\ .$$

$$a=2\ \text{または}\ a=4\ .$$

$a=2$ のとき $6-\sqrt{20-a^2}=a$ ．2 は与えられた方程式の解である．$a=4$ のとき $6-\sqrt{20-a^2}=a$ ．4 は与えられた方程式の解である．故に与えられた方程式の解は 2 と 4 とである． 終

$\boxed{\text{問}4.9.2}$ 実数を表す変数 k に関する方程式 $2-\sqrt{7-6k}=k$ を解け.

方程式 $2-\sqrt{7-6k}=k$ より,

$$\sqrt{7-6k} = \qquad\qquad ,$$

$$\sqrt{7-6k}^{\,2} = (\qquad\qquad)^2 \ ,$$

$$= \qquad\qquad\qquad\qquad ,$$

$$\qquad\qquad\qquad = 0 \ ,$$

$$(\qquad\quad)(\qquad\quad) = 0 \ ,$$

$$k = \qquad \text{または} \ \ k = \qquad .$$

$k=$ 　　のときも $k=$ 　　　のときも, $2-\sqrt{7-6k}$ 　 k . 故に与えられた方程式の解は 　　　　　　　　　.

$\boxed{問4.9.2}$ 実数を表す変数 k に関する方程式 $2-\sqrt{7-6k}=k$ を解け.

方程式 $2-\sqrt{7-6k}=k$ より,

$$\sqrt{7-6k}=2-k\ ,$$

$$\sqrt{7-6k}^2=(2-k)^2\ ,$$

$$7-6k=k^2-4k+4\ ,$$

$$k^2+2k-3=0\ ,$$

$$(k-1)(k+3)=0\ ,$$

$$k=1 \text{ または } k=-3\ .$$

$k=1$ のときも $k=-3$ のときも, $2-\sqrt{7-6k}=k$. 故に与えられた方程式の解は 1 と -3 とである. $\boxed{終}$

$\boxed{例}$ 実数を表す変数 k に関する方程式 $1-\sqrt{5k-11}=k$ を解く. $\sqrt{\bigcirc}=\square$ の形の等式に変形して両辺を 2 乗して求めた解が元の方程式の解であるかどうか調べる. 方程式 $1-\sqrt{5k-11}=k$ より,

$\boxed{例}$ 実数を表す変数 k に関する方程式 $1-\sqrt{5k-11}=k$ を解く．$\sqrt{\bigcirc}=\square$ の形の等式に変形して両辺を2乗して求めた解が元の方程式の解であるかどうか調べる．方程式 $1-\sqrt{5k-11}=k$ より，

$$\sqrt{5k-11}=1-k\ ,$$

$\boxed{例}$ 実数を表す変数 k に関する方程式 $1-\sqrt{5k-11}=k$ を解く．$\sqrt{\bigcirc}=\square$ の形の等式に変形して両辺を 2 乗して求めた解が元の方程式の解であるかどうか調べる．方程式 $1-\sqrt{5k-11}=k$ より，

$$\sqrt{5k-11}=1-k\ ,$$

$$\sqrt{5k-11}^{\,2}=(1-k)^2\ ,$$

$$5k-11=1-2k+k^2\ ,$$

$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 k に関する方程式 $1-\sqrt{5k-11}=k$ を解く．$\sqrt{\bigcirc}=\square$ の形の等式に変形して両辺を 2 乗して求めた解が元の方程式の解であるかどうか調べる．方程式 $1-\sqrt{5k-11}=k$ より，

$$\sqrt{5k-11}=1-k\ ,$$

$$\sqrt{5k-11}^{\,2}=(1-k)^2\ ,$$

$$5k-11=1-2k+k^2\ ,$$

$$k^2-7k+12=0\ ,$$

$$(k-3)(k-4)=0\ ,$$

$$k=3\ \text{または}\ k=4\ .$$

$\boxed{例}$ 実数を表す変数 k に関する方程式 $1-\sqrt{5k-11}=k$ を解く. $\sqrt{\bigcirc}=\square$ の形の等式に変形して両辺を2乗して求めた解が元の方程式の解であるかどうか調べる. 方程式 $1-\sqrt{5k-11}=k$ より,

$$\sqrt{5k-11}=1-k\ ,$$

$$\sqrt{5k-11}^2=(1-k)^2\ ,$$

$$5k-11=1-2k+k^2\ ,$$

$$k^2-7k+12=0\ ,$$

$$(k-3)(k-4)=0\ ,$$

$$k=3 \quad \text{または} \quad k=4\ .$$

$k=3$ のとき $1-\sqrt{5k-11}\neq k$. 3 は与えられ方程式の解でない.

$\boxed{例}$ 実数を表す変数 k に関する方程式 $1-\sqrt{5k-11}=k$ を解く．$\sqrt{\bigcirc}=\square$ の形の等式に変形して両辺を 2 乗して求めた解が元の方程式の解であるかどうか調べる．方程式 $1-\sqrt{5k-11}=k$ より，

$$\sqrt{5k-11}=1-k \ ,$$

$$\sqrt{5k-11}^2=(1-k)^2 \ ,$$

$$5k-11=1-2k+k^2 \ ,$$

$$k^2-7k+12=0 \ ,$$

$$(k-3)(k-4)=0 \ ,$$

$$k=3 \ \text{または} \ k=4 \ .$$

$k=3$ のとき $1-\sqrt{5k-11}\neq k$ ．3 は与えられ方程式の解でない．$k=4$ のとき $1-\sqrt{5k-11}\neq k$ ．4 は与えられ方程式の解でない．

$\boxed{\text{例}}$ 実数を表す変数 k に関する方程式 $1-\sqrt{5k-11}=k$ を解く． $\sqrt{\bigcirc}=\square$ の形の等式に変形して両辺を 2 乗して求めた解が元の方程式の解であるかどうか調べる．方程式 $1-\sqrt{5k-11}=k$ より，

$$\sqrt{5k-11}=1-k\ ,$$

$$\sqrt{5k-11}^{\,2}=(1-k)^2\ ,$$

$$5k-11=1-2k+k^2\ ,$$

$$k^2-7k+12=0\ ,$$

$$(k-3)(k-4)=0\ ,$$

$$k=3 \quad \text{または} \quad k=4\ .$$

$k=3$ のとき $1-\sqrt{5k-11}\neq k$ ．3 は与えられ方程式の解でない． $k=4$ のとき $1-\sqrt{5k-11}\neq k$ ．4 は与えられ方程式の解でない．故に与えられた方程式の解は無い． $\boxed{\text{終}}$

$\boxed{\text{問}4.9.3}$ 実数を表す変数 a に関する方程式 $a-\sqrt{21-4a}=6$ を解け．

　与えられた方程式より，

$$
\begin{aligned}
\sqrt{21-4a} &= \qquad\qquad , \\
\sqrt{21-4a}^{\,2} &= (\qquad\quad)^2 , \\
&= \qquad\qquad\qquad\qquad , \\
\qquad\qquad\qquad &= 0 , \\
(\qquad\quad)(\qquad\quad) &= 0 , \\
a = \quad\ \ \text{または}\ \ a &= \quad\ .
\end{aligned}
$$

$a=$ 　　のときも $a=$ 　　のときも，$a-\sqrt{21-4a} \quad\ 6$ ．故に与えられた方程式の解は 　　．

$\boxed{\text{問}4.9.3}$ 実数を表す変数 a に関する方程式 $a-\sqrt{21-4a}=6$ を解け.

与えられた方程式より,

$$\sqrt{21-4a}=a-6\ ,$$

$$\sqrt{21-4a}^{\,2}=(a-6)^2\ ,$$

$$21-4a=a^2-12a+36\ ,$$

$$a^2-8a+15=0\ ,$$

$$(a-3)(a-5)=0\ ,$$

$$a=3\ \text{ または }\ a=5\ .$$

$a=3$ のときも $a=5$ のときも, $a-\sqrt{21-4a}\neq 6$. 故に与えられた方程式の解は無い. $\boxed{\text{終}}$