4.1　方程式の意味

変数 x に関する方程式とは，x の値に関する条件を表す等式のことである．つまり，変数 x に関する述語を表す等式によって x の値を制限するとき，その等式を x に関する方程式という．

変数 x に関する方程式とは，x の値に関する条件を表す等式のことである．つまり，変数 x に関する述語を表す等式によって x の値を制限するとき，その等式を x に関する方程式という．変数 x に関する方程式が成り立つような x の値をその方程式の解という．

変数 x に関する方程式とは，x の値に関する条件を表す等式のことである．つまり，変数 x に関する述語を表す等式によって x の値を制限するとき，その等式を x に関する方程式という．変数 x に関する方程式が成り立つような x の値をその方程式の解という．

$\boxed{\text{例}}$ 変数 x が現れる等式 $x^3 = 3x^2 - 4$ を x に関する方程式と考えると，この方程式の解とは，$x^3 = 3x^2 - 4$ となる x の値のことである．

変数 x に関する方程式とは，x の値に関する条件を表す等式のことである．つまり，変数 x に関する述語を表す等式によって x の値を制限するとき，その等式を x に関する方程式という．変数 x に関する方程式が成り立つような x の値をその方程式の解という．

$\boxed{\text{例}}$ 変数 x が現れる等式 $x^3 = 3x^2 - 4$ を x に関する方程式と考えると，この方程式の解とは，$x^3 = 3x^2 - 4$ となる x の値のことである．$x = 2$ としてみると，

$$x^3 = 2^3 = 8 \;, \qquad 3x^2 - 4 = 3 \cdot 2^2 - 4 = 8 \;,$$

よって $x^3 = 3x^2 - 4$ ；従って 2 は方程式 $x^3 = 3x^2 - 4$ の解である．

変数 x に関する方程式とは，x の値に関する条件を表す等式のことである．つまり，変数 x に関する述語を表す等式によって x の値を制限するとき，その等式を x に関する方程式という．変数 x に関する方程式が成り立つような x の値をその方程式の解という．

例 変数 x が現れる等式 $x^3 = 3x^2 - 4$ を x に関する方程式と考えると，この方程式の解とは，$x^3 = 3x^2 - 4$ となる x の値のことである．$x = 2$ としてみると，

$$x^3 = 2^3 = 8\ , \qquad 3x^2 - 4 = 3 \cdot 2^2 - 4 = 8\ ,$$

よって $x^3 = 3x^2 - 4$ ；従って 2 は方程式 $x^3 = 3x^2 - 4$ の解である．$x = 1$ としてみると，

$$x^3 = 1^3 = 1\ , \qquad 3x^2 - 4 = 3 \cdot 1^2 - 4 = -1\ ,$$

よって $x^3 \neq 3x^2 - 4$ ；従って 1 は方程式 $x^3 = 3x^2 - 4$ の解でない． 終

$\boxed{問4.1}$ $0, 1, -1, 2, -2$ のうちで，変数 x に関する方程式 $x^4 - 2 = 2x^2 + 3x$ の解であるものを総て挙げよ．

$x = 0$ のとき，$x^4 - 2 =$ ，$2x^2 + 3x =$ なので $x^4 - 2$ $2x^2 + 3x$ ；従って 0 は方程式 $x^4 - 2 = 2x^2 + 3x$ の解で ．$x = 1$ のとき，$x^4 - 2 =$ ，$2x^2 + 3x =$ なので $x^4 - 2$ $2x^2 + 3x$ ；従って 1 は方程式 $x^4 - 2 = 2x^2 + 3x$ の解で ．$x = -1$ のとき，$x^4 - 2 =$ ，$2x^2 + 3x =$ なので $x^4 - 2$ $2x^2 + 3x$ ；従って -1 は方程式 $x^4 - 2 = 2x^2 + 3x$ の解で ．$x = 2$ のとき，$x^4 - 2 =$ ，$2x^2 + 3x =$ なので $x^4 - 2$ $2x^2 + 3x$ ；従って 2 は方程式 $x^4 - 2 = 2x^2 + 3x$ の解で ．$x = -2$ のとき，$x^4 - 2 =$ ，$2x^2 + 3x =$ なので $x^4 - 2$ $2x^2 + 3x$ ；従って -2 は方程式 $x^4 - 2 = 2x^2 + 3x$ の解で ．

故に，$-2, -1, 0, 1, 2$ のうちで方程式 $x^4 - 2 = 2x^2 + 3x$ の解であるものは

$\boxed{終}$

$\boxed{問4.1}$ $0,1,-1,2,-2$ のうちで，変数 x に関する方程式 $x^4-2=2x^2+3x$ の解であるものを総て挙げよ．

　$x=0$ のとき，$x^4-2=-2$ ，$2x^2+3x=0$ なので $x^4-2\neq 2x^2+3x$ ；従って 0 は方程式 $x^4-2=2x^2+3x$ の解でない．$x=1$ のとき，$x^4-2=-1$ ，$2x^2+3x=5$ なので $x^4-2\neq 2x^2+3x$ ；従って 1 は方程式 $x^4-2=2x^2+3x$ の解でない．$x=-1$ のとき，$x^4-2=-1$ ，$2x^2+3x=-1$ なので $x^4-2=2x^2+3x$ ；従って -1 は方程式 $x^4-2=2x^2+3x$ の解である．$x=2$ のとき，$x^4-2=14$ ，$2x^2+3x=14$ なので $x^4-2=2x^2+3x$ ；従って 2 は方程式 $x^4-2=2x^2+3x$ の解である．$x=-2$ のとき，$x^4-2=14$ ，$2x^2+3x=2$ なので $x^4-2\neq 2x^2+3x$ ；従って -2 は方程式 $x^4-2=2x^2+3x$ の解でない．

　故に，$-2,-1,0,1,2$ のうちで方程式 $x^4-2=2x^2+3x$ の解であるものは -1 と 2 とである． $\boxed{終}$

方程式の解を求めることをその方程式を解くという．変数 x に関する方程式を解く際，変数 x をその方程式の未知数という．

方程式の解を求めることをその方程式を解くという．変数 x に関する方程式を解く際，変数 x をその方程式の未知数という．方程式の解は 1 個だけとは限らない．方程式が複数の解を持つ場合，その方程式を解けといわれると，原則として総ての解を求めなければならない．

$\boxed{\text{例}}$ 変数 x に関する 1 次方程式 $2x - 6 = 0$ 解く.

$\boxed{\text{例}}$ 変数 x に関する 1 次方程式 $2x-6=0$ 解く．$2x-6=0$ とすると，$2x=6$ なので $x=3$ ；つまり，等式 $2x-6=0$ から等式 $x=3$ が導かれる．従って方程式 $2x-6=0$ の解は 3 以外には無い．

$\boxed{\text{例}}$ 変数 x に関する 1 次方程式 $2x-6=0$ 解く．$2x-6=0$ とすると，$2x=6$ なので $x=3$ ；つまり，等式 $2x-6=0$ から等式 $x=3$ が導かれる．従って方程式 $2x-6=0$ の解は 3 以外には無い．逆に，$x=3$ とすると $2x-6=2\cdot3-6=0$ なので，実際に 3 は方程式 $2x-6=0$ の解である．

$\boxed{\text{例}}$ 変数 x に関する 1 次方程式 $2x-6=0$ 解く．$2x-6=0$ とすると，$2x=6$ なので $x=3$ ；つまり，等式 $2x-6=0$ から等式 $x=3$ が導かれる．従って方程式 $2x-6=0$ の解は 3 以外には無い．逆に，$x=3$ とすると $2x-6=2\cdot3-6=0$ なので，実際に 3 は方程式 $2x-6=0$ の解である．故に，方程式 $2x-6=0$ の解は 3 だけである．

$\boxed{\text{例}}$ 変数 x に関する1次方程式 $2x-6=0$ 解く．$2x-6=0$ とすると，$2x=6$ なので $x=3$ ；つまり，等式 $2x-6=0$ から等式 $x=3$ が導かれる．従って方程式 $2x-6=0$ の解は 3 以外には無い．逆に，$x=3$ とすると $2x-6=2\cdot3-6=0$ なので，実際に 3 は方程式 $2x-6=0$ の解である．故に，方程式 $2x-6=0$ の解は 3 だけである．このように，方程式 $2x-6=0$ の解が **3** だけであることを示すためには，

$2x-6=0$ から $x=3$ が導かれ，$x=3$ から $2x-6=0$ が導かれることを示さなければならない；

$\boxed{\text{終}}$

例 変数 x に関する1次方程式 $2x-6=0$ 解く．$2x-6=0$ とすると，$2x=6$ なので $x=3$ ；つまり，等式 $2x-6=0$ から等式 $x=3$ が導かれる．従って方程式 $2x-6=0$ の解は 3 以外には無い．逆に，$x=3$ とすると $2x-6=2\cdot 3-6=0$ なので，実際に 3 は方程式 $2x-6=0$ の解である．故に，方程式 $2x-6=0$ の解は 3 だけである．このように，方程式 $2x-6=0$ の解が **3** だけであることを示すためには，

$2x-6=0$ から $x=3$ が導かれ，$x=3$ から $2x-6=0$ が導かれることを示さなければならない；つまり，等式 $2x-6=0$ と等式 $x=3$ とが同値であることを示さなければならない． 終

例　変数 x に関する1次方程式 $2x-6=0$ 解く．$2x-6=0$ とすると，$2x=6$ なので $x=3$ ；つまり，等式 $2x-6=0$ から等式 $x=3$ が導かれる．従って方程式 $2x-6=0$ の解は 3 以外には無い．逆に，$x=3$ とすると $2x-6=2\cdot 3-6=0$ なので，実際に 3 は方程式 $2x-6=0$ の解である．故に，方程式 $2x-6=0$ の解は 3 だけである．このように，方程式 $2x-6=0$ の解が **3** だけであることを示すためには，

$2x-6=0$ から $x=3$ が導かれ，$x=3$ から $2x-6=0$ が導かれる

ことを示さなければならない；つまり，等式 $2x-6=0$ と等式 $x=3$ とが同値であることを示さなければならない．　終

このように考えると，

方程式を解くとはその方程式と同値な述語で最も簡単なものを求めること

である．

複数の変数に関する方程式を考えることもある.

複数の変数に関する方程式を考えることもある．例えば 2 個の変数 x と y とが現れる等式について，その等式が成り立つような x の値と y の値とを考えるとき，その等式を x と y とに関する（x, y についての）方程式という．

複数の変数に関する方程式を考えることもある．例えば 2 個の変数 x と y とが現れる等式について，その等式が成り立つような x の値と y の値とを考えるとき，その等式を x と y とに関する（x, y についての）方程式という．x と y とに関する方程式では変数は 2 個あることになる．変数が 2 個現われる方程式を 2 元方程式ということがある．

複数の変数に関する方程式を考えることもある．例えば 2 個の変数 x と y とが現れる等式について，その等式が成り立つような x の値と y の値とを考えるとき，その等式を x と y とに関する（x, y についての）方程式という．x と y とに関する方程式では変数は 2 個あることになる．変数が 2 個現われる方程式を 2 元方程式ということがある．一般に，変数が n 個現れる方程式を n 元方程式ということがある．

複数の変数に関する方程式を考えることもある．例えば2個の変数 x と y とが現れる等式について，その等式が成り立つような x の値と y の値とを考えるとき，その等式を x と y とに関する（x, y についての）方程式という．x と y とに関する方程式では変数は2個あることになる．変数が2個現われる方程式を2元方程式ということがある．一般に，変数が n 個現れる方程式を n 元方程式ということがある．

変数 x に関する方程式を解く際には，x の値を例えば実数の範囲で考えるのか例えば複素数の範囲で考えるのか本来は断らなければならない．