3.7 分数式の計算

整式と整式との和・差・積は常に整式であった.

整式と整式との和・差・積は常に整式であった．しかし，整式を整式で割る場合，割り切れない（つまり剰余が 0 でない）ことがよくある．

整式と整式との和・差・積は常に整式であった．しかし，整式を整式で割る場合，割り切れない（つまり剰余が 0 でない）ことがよくある．そこで，例えば整数 8 を整数 3 で割るときの商を分数 $\dfrac{8}{3}$ で書き表すように，例えば整式 $3x+4$ を整式 $2x^2-5$ で割るときの商を分数の形の式 $\dfrac{3x+4}{2x^2-5}$ で表現する．

整式と整式との和・差・積は常に整式であった．しかし，整式を整式で割る場合，割り切れない（つまり剰余が 0 でない）ことがよくある．そこで，例えば整数 8 を整数 3 で割るときの商を分数 $\dfrac{8}{3}$ で書き表すように，例えば整式 $3x+4$ を整式 $2x^2-5$ で割るときの商を分数の形の式 $\dfrac{3x+4}{2x^2-5}$ で表現する．

任意の整式 A 及び 0 以外の任意の整式 B に対して，A を B で割るときの商を分数の形の式 $\dfrac{A}{B}$ で表す．このような分数の形の式を分数式という．

分数式については次の性質が最も基本的である：整式 A, B, C について，$B \neq 0$ ，$C \neq 0$ のとき

$$\frac{AC}{BC} = \frac{A}{B} \ .$$

分数式については次の性質が最も基本的である：整式 A,B,C について，$B \neq 0$ ，$C \neq 0$ のとき

$$\frac{AC}{BC} = \frac{A}{B} \ .$$

このような変形を約分という．分数式の約束事として，分数式はできる限り約分する．

分数式については次の性質が最も基本的である：整式 A, B, C について，$B \neq 0$ ，$C \neq 0$ のとき

$$\frac{AC}{BC} = \frac{A}{B} \ .$$

このような変形を約分という．分数式の約束事として，分数式はできる限り約分する．

$\boxed{\text{例}}$ 分数式 $\dfrac{21a^4b^2}{15ab^4}$ を約分する：

$$\frac{21a^4b^2}{15ab^4} = \frac{21 \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot b \cdot b}{15 \cdot a \cdot b \cdot b \cdot b \cdot b} = \frac{7 \cdot a \cdot a \cdot a}{5 \cdot b \cdot b} = \frac{7a^3}{5b^2} \ .$$

$\boxed{\text{終}}$

$\boxed{\text{問}3.7.1}$ 分数式 $\dfrac{12a^3bc^2}{18a^2b^3d}$ を約分せよ.

$\boxed{\text{問}3.7.1}$ 分数式 $\dfrac{12a^3bc^2}{18a^2b^3d}$ を約分せよ.

$$\frac{12a^3bc^2}{18a^2b^3d} = \frac{2ac^2}{3b^2d} \ .$$

$\boxed{例}$ 分数式 $\dfrac{x^2-2x-3}{2x^2-5x-3}$ を約分する.

$\boxed{\text{例}}$ 分数式 $\dfrac{x^2-2x-3}{2x^2-5x-3}$ を約分する．分子 x^2-2x-3 と分母 $2x^2-5x-3$ とを因数分解する．

$$x^2-2x-3 = (x+1)(x-3)\ , \qquad 2x^2-5x-3 = (x-3)(2x+1)\ .$$

$\boxed{\text{例}}$ 分数式 $\dfrac{x^2-2x-3}{2x^2-5x-3}$ を約分する．分子 x^2-2x-3 と分母 $2x^2-5x-3$ とを因数分解する．

$$x^2-2x-3 = (x+1)(x-3)\ , \qquad 2x^2-5x-3 = (x-3)(2x+1)\ .$$

分母と分子とで共通の因数 $(x-3)$ を約す：

$$\frac{x^2-2x-3}{2x^2-5x-3} = \frac{(x+1)(x-3)}{(2x+1)(x-3)} = \frac{x+1}{2x+1}\ .$$

$\boxed{\text{終}}$

$\boxed{問 3.7.2}$ 以下の分数式について，約分できるならば約分せよ．

(1) $\dfrac{y^2 - 5y + 6}{3y^2 - 4y - 4}$.　　**(2)** $\dfrac{2t^2 - 11t - 6}{t^3 - 4t^2 - 12t}$.

$\boxed{問3.7.2}$ 以下の分数式について，約分できるならば約分せよ．

(1) $\dfrac{y^2-5y+6}{3y^2-4y-4}$.　　　**(2)** $\dfrac{2t^2-11t-6}{t^3-4t^2-12t}$.

(1)

$$\frac{y^2-5y+6}{3y^2-4y-4} = \frac{(y-3)(y-2)}{(y-2)(3y+2)} = \frac{y-3}{3y+2} \ .$$

$\boxed{問3.7.2}$ 以下の分数式について，約分できるならば約分せよ.

(1) $\dfrac{y^2-5y+6}{3y^2-4y-4}$. **(2)** $\dfrac{2t^2-11t-6}{t^3-4t^2-12t}$.

(1)

$$\frac{y^2-5y+6}{3y^2-4y-4} = \frac{(y-3)(y-2)}{(y-2)(3y+2)} = \frac{y-3}{3y+2} \ .$$

(2)

$$\frac{2t^2-11t-6}{t^3-4t^2-12t} = \frac{(2t+1)(t-6)}{t(t+2)(t-6)} = \frac{2t+1}{t(t+2)} \ .$$

分数式の分母または分子の中にまた分数式が現れることがある．そのような分数式を繁分数式という．繁分数式は公式 $\dfrac{A}{B} = \dfrac{AC}{BC}$ を用いて簡単にする．

分数式の分母または分子の中にまた分数式が現れることがある．そのような分数式を繁分数式という．繁分数式は公式 $\dfrac{A}{B}=\dfrac{AC}{BC}$ を用いて簡単にする．

例 分数式 $\dfrac{x-2}{2+\dfrac{x+3}{x-1}}$ を計算して簡単にする．

分数式の分母または分子の中にまた分数式が現れることがある．そのような分数式を繁分数式という．繁分数式は公式 $\dfrac{A}{B}=\dfrac{AC}{BC}$ を用いて簡単にする．

$\boxed{\text{例}}$ 分数式 $\dfrac{x-2}{2+\dfrac{x+3}{x-1}}$ を計算して簡単にする．分母の中の分数式の分母を払うために，分子と分母との両方に $x-1$ を掛ける．

$$\frac{x-2}{2+\dfrac{x+3}{x-1}}=\frac{(x-2)(x-1)}{\left(2+\dfrac{x+3}{x-1}\right)(x-1)}=\frac{(x-1)(x-2)}{2(x-1)+\dfrac{x+3}{x-1}(x-1)}=\frac{(x-1)(x-2)}{2x-2+x+3}$$

$$=\frac{(x-1)(x-2)}{3x+1}\ .$$

$\boxed{\text{終}}$

$\boxed{問3.7.3}$ 分数式 $\dfrac{x+4}{3-\dfrac{4x-5}{2x+1}}$ を計算して簡単にせよ.

$\boxed{問 3.7.3}$ 分数式 $\dfrac{x+4}{3-\dfrac{4x-5}{2x+1}}$ を計算して簡単にせよ.

$$
\begin{aligned}
\frac{x+4}{3-\dfrac{4x-5}{2x+1}} &= \frac{(x+4)(2x+1)}{\left(3-\dfrac{4x-5}{2x+1}\right)(2x+1)} = \frac{(x+4)(2x+1)}{3(2x+1)-\dfrac{4x-5}{2x+1}(2x+1)} \\
&= \frac{(x+4)(2x+1)}{6x+3-(4x-5)} = \frac{(x+4)(2x+1)}{2x+8} = \frac{(x+4)(2x+1)}{2(x+4)} \\
&= \frac{2x+1}{2} \ .
\end{aligned}
$$

$\boxed{\text{例}}$ 分数式 $\dfrac{\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x-2}}{4x+5}$ を計算して簡単にする.

$\boxed{例}$ 分数式 $\dfrac{\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x-2}}{4x+5}$ を計算して簡単にする．分子の中の分数式 $\dfrac{2}{x}$ と $\dfrac{3}{x-2}$ との分母を払うために，分子と分母との両方に $x(x-2)$ を掛ける．

$\boxed{例}$ 分数式 $\dfrac{\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x-2}}{4x+5}$ を計算して簡単にする．分子の中の分数式 $\dfrac{2}{x}$ と $\dfrac{3}{x-2}$ との分母を払うために，分子と分母との両方に $x(x-2)$ を掛ける．

$$\begin{aligned}\frac{\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x-2}}{4x+5} &= \frac{x(x-2)\left(\dfrac{2}{x}+\dfrac{3}{x-2}\right)}{x(x-2)(4x+5)} \\ &= \frac{x(x-2)\dfrac{2}{x}+x(x-2)\dfrac{3}{x-2}}{x(x-2)(4x+5)} = \frac{2(x-2)+3x}{x(x-2)(4x+5)} \\ &= \frac{5x-4}{x(x-2)(4x+5)}\ .\end{aligned}$$

$\boxed{終}$

$\boxed{\text{問}3.7.4}$ 分数式 $\dfrac{\dfrac{5}{x-3}-\dfrac{3}{x}}{x^2+4}$ を計算して簡単にせよ.

$\boxed{問3.7.4}$ 分数式 $\dfrac{\dfrac{5}{x-3}-\dfrac{3}{x}}{x^2+4}$ を計算して簡単にせよ.

$$\frac{\dfrac{5}{x-3}-\dfrac{3}{x}}{x^2+4} = \frac{x(x-3)\left(\dfrac{5}{x-3}-\dfrac{3}{x}\right)}{x(x-3)(x^2+4)} = \frac{5x-3(x-3)}{x(x-3)(x^2+4)} = \frac{2x+9}{x(x-3)(x^2+4)} \ .$$