

3.4 整式の約数と倍数

整数 a と 0 以外の整数 b について、 a を b で割ると剰余が 0 であるとき、 b は a を割り切るといい、 a は b で割り切れるという；

整数 a と 0 以外の整数 b について、 a を b で割ると剰余が 0 であるとき、 b は a を割り切るといい、 a は b で割り切れるという；更にこのとき、 a は b の倍数であるといい、 b は a の約数あるいは因数であるという。

整数 a と 0 以外の整数 b について、 a を b で割ると剰余が 0 であるとき、 b は a を割り切るといい、 a は b で割り切れるという；更にこのとき、 a は b の倍数であるといい、 b は a の約数あるいは因数であるという。

整式 A と 0 以外の整式 B について、 A を B で割るときの整商 Q と剰余 R とは次のような整式のことであった：

$$A = BQ + R \quad \text{かつ} \quad R \text{ は } 0 \text{ または } B \text{ より次数が低い.}$$

整数 a と 0 以外の整数 b について、 a を b で割ると剰余が 0 であるとき、 b は a を割り切るといい、 a は b で割り切れるという；更にこのとき、 a は b の倍数であるといい、 b は a の約数あるいは因数であるという。

整式 A と 0 以外の整式 B について、 A を B で割るときの整商 Q と剰余 R とは次のような整式のことであった：

$$A = BQ + R \quad \text{かつ} \quad R \text{ は } 0 \text{ または } B \text{ より次数が低い.}$$

この剰余 R が 0 であるということは $A = BQ$ となることなので、

$$\begin{aligned} A \text{ が } B \text{ で割り切れる} &\iff A \text{ を } B \text{ で割るときの剰余が } 0 \text{ である} \\ &\iff A = BQ \text{ となる整式 } Q \text{ がある} \\ &\iff B \text{ は } A \text{ の約数（因数）である} \\ &\iff A \text{ は } B \text{ の倍数である.} \end{aligned}$$

例 $x^2 - 2x - 3 = (x + 1)(x - 3)$ なので、整式 $x + 1$ 及び $x - 3$ は整式 $x^2 - 2x - 3$ の約数であり、 $x^2 - 2x - 3$ は $x + 1$ の倍数であり $x - 3$ の倍数である。

例 $x^2 - 2x - 3 = (x + 1)(x - 3)$ なので、整式 $x + 1$ 及び $x - 3$ は整式 $x^2 - 2x - 3$ の約数であり、 $x^2 - 2x - 3$ は $x + 1$ の倍数であり $x - 3$ の倍数である。また、

$$x^2 - 2x - 3 = (x + 1)(x - 3) = 7(x + 1) \times \frac{1}{7}(x - 3) = (7x + 7) \left(\frac{x}{7} - \frac{3}{7} \right) ,$$

$$x^2 - 2x - 3 = (x + 1)(x - 3) = \frac{5}{2}(x + 1) \times \frac{2}{5}(x - 3) = \left(\frac{5}{2}x + \frac{5}{2} \right) \left(\frac{2}{5}x - \frac{6}{5} \right) ;$$

例 $x^2 - 2x - 3 = (x + 1)(x - 3)$ なので、整式 $x + 1$ 及び $x - 3$ は整式 $x^2 - 2x - 3$ の約数であり、 $x^2 - 2x - 3$ は $x + 1$ の倍数であり $x - 3$ の倍数である。また、

$$x^2 - 2x - 3 = (x + 1)(x - 3) = 7(x + 1) \times \frac{1}{7}(x - 3) = (7x + 7) \left(\frac{x}{7} - \frac{3}{7} \right),$$

$$x^2 - 2x - 3 = (x + 1)(x - 3) = \frac{5}{2}(x + 1) \times \frac{2}{5}(x - 3) = \left(\frac{5}{2}x + \frac{5}{2} \right) \left(\frac{2}{5}x - \frac{6}{5} \right);$$

従って、整式 $7(x + 1) = 7x + 7$ や $\frac{5}{2}(x + 1) = \frac{5}{2}x + \frac{5}{2}$ などは $x^2 - 2x - 3$ の約数であり、整式 $x^2 - 2x - 3$ は $7x + 7$ の倍数であり $\frac{5}{2}x + \frac{5}{2}$ の倍数である。

終

整式 A, B, P などが文字 x についての整式であることを明示するために, $A(x), B(x), P(x)$ などと書き表すことがある. そして, x の整式 $P(x)$ および数 α に対して, x に α を代入したときの $P(x)$ の値を $P(\alpha)$ と書き表す.

整式 A, B, P などが文字 x についての整式であることを明示するために、 $A(x), B(x), P(x)$ などと書き表すことがある。そして、 x の整式 $P(x)$ および数 α に対して、 x に α を代入したときの $P(x)$ の値を $P(\alpha)$ と書き表す。

例 x の整式 $A(x) = x^3 - 4x^2 + 15$ において x に 3 を代入したときの値を $A(3)$ と書き表す：

$$A(3) = 3^3 - 4 \cdot 3^2 + 15 = 27 - 36 + 15 = 6 .$$

終

例 x の整式 $P(x)$ を 1 次式 $x - 2$ で割るとする.

例 x の整式 $P(x)$ を 1 次式 $x-2$ で割るとする. このとき剰余は, 0 または 1 次式 $x-2$ より次数が低い整式なので, 0 または 0 次式である. つまり剰余は定数である. よって x を含まない.

例 x の整式 $P(x)$ を 1 次式 $x-2$ で割るとする. このとき剰余は, 0 または 1 次式 $x-2$ より次数が低い整式なので, 0 または 0 次式である. つまり剰余は定数である. よって x を含まない. この剰余を R とおき, 整商を $Q(x)$ とおくと,

$$P(x) = (x-2)Q(x) + R .$$

(割られる整式) = (割る整式) × (整商) + (剰余)

例 x の整式 $P(x)$ を 1 次式 $x-2$ で割るとする. このとき剰余は, 0 または 1 次式 $x-2$ より次数が低い整式なので, 0 または 0 次式である. つまり剰余は定数である. よって x を含まない. この剰余を R とおき, 整商を $Q(x)$ とおくと,

$$P(x) = (x-2)Q(x) + R .$$

この等式の両辺の x に 2 を代入する. このとき剰余 R は x を含まないので変わらない:

$$P(2) = (2-2)Q(2) + R .$$

例 x の整式 $P(x)$ を 1 次式 $x-2$ で割るとする. このとき剰余は, 0 または 1 次式 $x-2$ より次数が低い整式なので, 0 または 0 次式である. つまり剰余は定数である. よって x を含まない. この剰余を R とおき, 整商を $Q(x)$ とおくと,

$$P(x) = (x-2)Q(x) + R .$$

この等式の両辺の x に 2 を代入する. このとき剰余 R は x を含まないので変わらない:

$$P(2) = (2-2)Q(2) + R .$$

この等式の右辺を計算すると

$$(2-2)Q(2) + R = 0 \cdot Q(2) + R = R ,$$

よって

$$P(2) = R .$$

例 x の整式 $P(x)$ を 1 次式 $x-2$ で割るとする. このとき剰余は, 0 または 1 次式 $x-2$ より次数が低い整式なので, 0 または 0 次式である. つまり剰余は定数である. よって x を含まない. この剰余を R とおき, 整商を $Q(x)$ とおくと,

$$P(x) = (x-2)Q(x) + R .$$

この等式の両辺の x に 2 を代入する. このとき剰余 R は x を含まないので変わらない:

$$P(2) = (2-2)Q(2) + R .$$

この等式の右辺を計算すると

$$(2-2)Q(2) + R = 0 \cdot Q(2) + R = R ,$$

よって

$$P(2) = R .$$

このように $P(x)$ を $x-2$ で割るときの剰余 R は $P(2)$ と等しい.

例えば $P(x) = x^3 - 5x^2 + 7$ を $x - 2$ で割ると剰余は -5 であるが、これは次の値と等しい：

$$P(2) = 2^3 - 5 \cdot 2^2 + 7 = 8 - 20 + 7 = -5 .$$

$$\begin{array}{r} x^2 - 3x - 6 \\ x-2 \overline{) x^3 - 5x^2 \\ \underline{x^3 - 2x^2} \\ -3x^2 \\ \underline{-3x^2 + 6x} \\ -6x + 7 \\ \underline{-6x + 12} \\ -5 \end{array}$$

終

一般的にいうと次の定理が成り立つ.

[剰余定理] x の整式 $P(x)$ 及び定数 α について, $P(x)$ を x の1次式 $x - \alpha$ で割るときの剰余は $P(\alpha)$ に等しい.

一般的にいうと次の定理が成り立つ.

[剰余定理] x の整式 $P(x)$ 及び定数 α について, $P(x)$ を x の1次式 $x - \alpha$ で割るときの剰余は $P(\alpha)$ に等しい.

証明 $P(x)$ を1次式 $x - \alpha$ で割るときの整商を $Q(x)$ とおき, 剰余を R とおく:

$$P(x) = (x - \alpha)Q(x) + R \quad (\text{但し } R \text{ は } 0 \text{ または } x - \alpha \text{ より次数が低い整式}).$$

剰余 R は, 0 または 1 より低い次数の整式なので, 0 または 0 次式である; つまり定数である. よって剰余 R は x を含まない. 上の等式において x に α を代入すると

$$P(\alpha) = (\alpha - \alpha)Q(\alpha) + R = 0 \cdot Q(\alpha) + R = R;$$

つまり, $P(x)$ を $x - \alpha$ で割るときの剰余 R は $P(\alpha)$ に等しい. (証明終了)

例 x の整式 $x^3 + 2x^2$ を x の整式 $x + 3$ で割るとき
の剰余を求める.

例 x の整式 $x^3 + 2x^2$ を x の整式 $x + 3$ で割るとき
の剰余を求める. $P(x) = x^3 + 2x^2$ とおく.
剰余定理により, $P(x)$ を $x + 3$ で割るときの剰余は
 $P(-3)$ の値である.

例 x の整式 $x^3 + 2x^2$ を x の整式 $x + 3$ で割るとき
の剰余を求める. $P(x) = x^3 + 2x^2$ とおく.
剰余定理により, $P(x)$ を $x + 3$ で割るときの剰余は
 $P(-3)$ の値である.

$$P(-3) = (-3)^3 + 2 \cdot (-3)^2 = -27 + 18 = -9 .$$

故に $x^3 + 2x^2$ を $x + 3$ で割るときの剰余は -9
である.

例 x の整式 $x^3 + 2x^2$ を x の整式 $x + 3$ で割るとき
 の剰余を求める． $P(x) = x^3 + 2x^2$ とおく．
 剰余定理により， $P(x)$ を $x + 3$ で割るときの剰余は $P(-3)$ の値である．

$$P(-3) = (-3)^3 + 2 \cdot (-3)^2 = -27 + 18 = -9 .$$

故に $x^3 + 2x^2$ を $x + 3$ で割るときの剰余は -9

である．実際に $x^3 + 2x^2$ を $x + 3$ で割る計算をしても剰余は -9 である． 終

$$\begin{array}{r}
 x^2 - x + 3 \\
 \hline
 x + 3 \) x^3 + 2x^2 \\
 \underline{x^3 + 3x^2} \\
 -x^2 \\
 \underline{-x^2 - 3x} \\
 3x \\
 \underline{3x + 9} \\
 -9
 \end{array}$$

問3.4.1 x の整式 $3x^4 + 7x$ を x の整式 $x + 2$ で割るときの剰余を，剰余定理を用いる方法と実際に除算する方法とで求めよ．

問3.4.1 x の整式 $3x^4 + 7x$ を x の整式 $x + 2$ で割るときの剰余を，剰余定理を用いる方法と実際に除算する方法とで求めよ．

$x = -2$ のとき

$$3x^4 + 7x = 3(-2)^4 + 7(-2) = 34 .$$

剰余定理により， $3x^4 + 7x$ を $x + 2$ で割るときの剰余は 34 ．

問3.4.1 x の整式 $3x^4 + 7x$ を x の整式 $x + 2$ で割るときの剰余を、剰余定理を用いる方法と実際に除算する方法とで求めよ。

$x = -2$ のとき

$$3x^4 + 7x = 3(-2)^4 + 7(-2) = 34 .$$

剰余定理により、 $3x^4 + 7x$ を $x + 2$ で割るときの剰余は 34 .

実際に除算をしても剰余は 34 である。

$$\begin{array}{r} 3x^3 - 6x^2 + 12x - 17 \\ x + 2 \overline{) 3x^4 + 7x} \\ \underline{3x^4 + 6x^3} \\ -6x^3 \\ \underline{-6x^3 - 12x^2} \\ 12x^2 + 7x \\ \underline{12x^2 + 24x} \\ -17x \\ \underline{-17x - 34} \\ 34 \end{array}$$

終

x の整式 $P(x)$ 及び定数 α について、 x の 1 次式 $x - \alpha$ が $P(x)$ が因数であるとは、 $P(x)$ が $x - \alpha$ で割り切れること、つまり $P(x)$ を B で割るときの剰余が 0 になることであった：

x の整式 $P(x)$ 及び定数 α について, x の 1 次式 $x - \alpha$ が $P(x)$ が因数であるとは, $P(x)$ が $x - \alpha$ で割り切れること, つまり $P(x)$ を B で割るときの剰余が 0 になることであった:

$x - \alpha$ が $P(x)$ の因数である

$\iff P(x)$ が $x - \alpha$ で割り切れる

$\iff P(x)$ を $x - \alpha$ で割るときの剰余は 0 である .

x の整式 $P(x)$ 及び定数 α について、 x の 1 次式 $x - \alpha$ が $P(x)$ が因数であるとは、 $P(x)$ が $x - \alpha$ で割り切れること、つまり $P(x)$ を B で割るときの剰余が 0 になることであつた：

$x - \alpha$ が $P(x)$ の因数である

$\iff P(x)$ が $x - \alpha$ で割り切れる

$\iff P(x)$ を $x - \alpha$ で割るときの剰余は 0 である .

剰余定理により、 $P(x)$ を $x - \alpha$ で割るときの剰余は $P(\alpha)$ であるから、

$x - \alpha$ が $P(x)$ の因数である $\iff P(\alpha) = 0$.

x の整式 $P(x)$ 及び定数 α について、 x の 1 次式 $x - \alpha$ が $P(x)$ が因数であるとは、 $P(x)$ が $x - \alpha$ で割り切れること、つまり $P(x)$ を B で割るときの剰余が 0 になることであった：

$x - \alpha$ が $P(x)$ の因数である

$\iff P(x)$ が $x - \alpha$ で割り切れる

$\iff P(x)$ を $x - \alpha$ で割るときの剰余は 0 である .

剰余定理により、 $P(x)$ を $x - \alpha$ で割るときの剰余は $P(\alpha)$ であるから、

$x - \alpha$ が $P(x)$ の因数である $\iff P(\alpha) = 0$.

この事実は因数定理とよばれる重要な定理である.

[因数定理] x の整式 $P(x)$ 及び定数 α について、

$x - \alpha$ が $P(x)$ の因数である $\iff P(\alpha) = 0$.

因数定理により、 x の整式 $P(x)$ 及び定数 α について次のことが成り立つ：

$P(\alpha) = 0$ ならば $x - \alpha$ は $P(x)$ の因数であり、

$P(\alpha) \neq 0$ ならば $x - \alpha$ は $P(x)$ の因数でない。

因数定理により、 x の整式 $P(x)$ 及び定数 α について次のことが成り立つ：

$P(\alpha) = 0$ ならば $x - \alpha$ は $P(x)$ の因数であり、

$P(\alpha) \neq 0$ ならば $x - \alpha$ は $P(x)$ の因数でない。

例 x の 1 次式 $x, x+1, x-1, x+2, x-2$ の各々について、 x の 3 次式 $x^3 - 3x^2 + 4$ の因数であるか否か判定する。

因数定理により、 x の整式 $P(x)$ 及び定数 α について次のことが成り立つ：

$P(\alpha) = 0$ ならば $x - \alpha$ は $P(x)$ の因数であり、

$P(\alpha) \neq 0$ ならば $x - \alpha$ は $P(x)$ の因数でない。

例 x の 1 次式 $x, x+1, x-1, x+2, x-2$ の各々について、 x の 3 次式 $x^3 - 3x^2 + 4$ の因数であるか否か判定する。 $P(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ とおく。

$$P(0) = 0^3 - 3 \cdot 0^2 + 4 = 4 \neq 0 ,$$

$$P(-1) = (-1)^3 - 3 \cdot (-1)^2 + 4 = 0 ,$$

$$P(1) = 1^3 - 3 \cdot 1^2 + 4 = 2 \neq 0 ,$$

$$P(-2) = (-2)^3 - 3 \cdot (-2)^2 + 4 = -16 \neq 0 ,$$

$$P(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 4 = 0 .$$

因数定理により、 x の整式 $P(x)$ 及び定数 α について次のことが成り立つ：

$P(\alpha) = 0$ ならば $x - \alpha$ は $P(x)$ の因数であり、

$P(\alpha) \neq 0$ ならば $x - \alpha$ は $P(x)$ の因数でない。

例 x の 1 次式 $x, x+1, x-1, x+2, x-2$ の各々について、 x の 3 次式 $x^3 - 3x^2 + 4$ の因数であるか否か判定する。 $P(x) = x^3 - 3x^2 + 4$ とおく。

$$P(0) = 0^3 - 3 \cdot 0^2 + 4 = 4 \neq 0,$$

$$P(-1) = (-1)^3 - 3 \cdot (-1)^2 + 4 = 0,$$

$$P(1) = 1^3 - 3 \cdot 1^2 + 4 = 2 \neq 0,$$

$$P(-2) = (-2)^3 - 3 \cdot (-2)^2 + 4 = -16 \neq 0,$$

$$P(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 4 = 0.$$

因数定理により、 $x+1$ と $x-2$ とは $x^3 - 3x^2 + 4$ の因数であり、 x と $x-1$ と $x+2$ とは $x^3 - 3x^2 + 4$ の因数ではない。

終

問3.4.2 x の 1 次式 $x, x+1, x-1, x+2, x-2$ の各々について, x の 4 次式 $x^4 + 5x - 6$ の因数であるか否か判定せよ.

$P(x) = x^4 + 5x - 6$ とおく.

$$P(0) =$$

$$P(-1) =$$

$$P(1) =$$

$$P(-2) =$$

$$P(2) =$$

因数定理により, $P(0) = -6 \neq 0$ と $P(1) = 0$ とは $x^4 + 5x - 6$ の因数であり, $P(-1) = 0$ と $P(-2) = 0$ とは $x^4 + 5x - 6$ の因数でない.

終

問3.4.2 x の 1 次式 $x, x+1, x-1, x+2, x-2$ の各々について, x の 4 次式 $x^4 + 5x - 6$ の因数であるか否か判定せよ.

$P(x) = x^4 + 5x - 6$ とおく.

$$P(0) = 0^4 + 5 \cdot 0 - 6 = -6 \neq 0 ,$$

$$P(-1) = (-1)^4 + 5 \cdot (-1) - 6 = -10 \neq 0 ,$$

$$P(1) = 1^4 + 5 \cdot 1 - 6 = 0 ,$$

$$P(-2) = (-2)^4 + 5 \cdot (-2) - 6 = 0 ,$$

$$P(2) = 2^4 + 5 \cdot 2 - 6 = 20 \neq 0 .$$

因数定理により, $x-1$ と $x+2$ とは $x^4 + 5x - 6$ の因数であり, x と $x+1$ と $x+2$ とは $x^4 + 5x - 6$ の因数でない. **終**

例 次の条件を満たす x の 2 次式 $P(x)$ を一つ求める： $P(5) = 0$ かつ $P(-2) = 0$. 結果は降冪の順に整理する.

例 次の条件を満たす x の 2 次式 $P(x)$ を一つ求める: $P(5) = 0$ かつ $P(-2) = 0$. 結果は降冪の順に整理する. $P(5) = 0$ かつ $P(-2) = 0$ なので, 因数定理により, 1 次式 $x - 5$ と $x + 2$ とは $P(x)$ の因数である.

例 次の条件を満たす x の 2 次式 $P(x)$ を一つ求める： $P(5) = 0$ かつ $P(-2) = 0$. 結果は降冪の順に整理する． $P(5) = 0$ かつ $P(-2) = 0$ なので、因数定理により、1 次式 $x - 5$ と $x + 2$ とは $P(x)$ の因数である． $x - 5$ と $x + 2$ とを因数とする 2 次式の一つは $(x - 5)(x + 2)$, 展開して整理すると

$$(x - 5)(x + 2) = x^2 - 3x - 10 .$$

例 次の条件を満たす x の 2 次式 $P(x)$ を一つ求める： $P(5) = 0$ かつ $P(-2) = 0$. 結果は降冪の順に整理する. $P(5) = 0$ かつ $P(-2) = 0$ なので, 因数定理により, 1 次式 $x - 5$ と $x + 2$ とは $P(x)$ の因数である. $x - 5$ と $x + 2$ とを因数とする 2 次式の一つは $(x - 5)(x + 2)$, 展開して整理すると

$$(x - 5)(x + 2) = x^2 - 3x - 10 .$$

従って $P(5) = 0$ かつ $P(-2) = 0$ となる 2 次式 $P(x)$ の一つは $x^2 - 3x - 10$ である. **終**

問3.4.3 次の条件を満たす x の 2 次式 $P(x)$ を一つ求めよ： $P(4) = 0$ かつ $P(-3) = 0$. 結果は降冪の順に整理せよ.

$P(4) = 0$ かつ $P(-3) = 0$ なので, 因数定理により, $(x - 4)$ と $(x + 3)$ とは $P(x)$ の因数である. そのような 2 次式の一つは

$$= (x - 4)(x + 3) .$$

従って $P(4) = 0$ かつ $P(-3) = 0$ となる 2 次式 $P(x)$ の一つは
である.

問3.4.3 次の条件を満たす x の 2 次式 $P(x)$ を一つ求めよ： $P(4) = 0$ かつ $P(-3) = 0$. 結果は降冪の順に整理せよ.

$P(4) = 0$ かつ $P(-3) = 0$ なので, 因数定理により, $x - 4$ と $x + 3$ とは $P(x)$ の因数である. そのような 2 次式の一つは

$$(x - 4)(x + 3) = x^2 - x - 12 .$$

従って $P(4) = 0$ かつ $P(-3) = 0$ となる 2 次式 $P(x)$ の一つは $x^2 - x - 12$ である.

終

例 次の条件を満たす x の 3 次式 $P(x)$ を一つ求める： $P(2) = 0$ かつ $P(-3) = 0$ かつ $P(4) = 0$. 結果は降冪の順に整理する.

例 次の条件を満たす x の 3 次式 $P(x)$ を一つ求める: $P(2) = 0$ かつ $P(-3) = 0$ かつ $P(4) = 0$. 結果は降冪の順に整理する. $P(2) = 0$ かつ $P(-3) = 0$ かつ $P(4) = 0$ なので, 因数定理により, 1 次式 $x - 2$ と $x + 3$ と $x - 4$ とは $P(x)$ の因数である.

例 次の条件を満たす x の 3 次式 $P(x)$ を一つ求める： $P(2) = 0$ かつ $P(-3) = 0$ かつ $P(4) = 0$. 結果は降冪の順に整理する． $P(2) = 0$ かつ $P(-3) = 0$ かつ $P(4) = 0$ なので，因数定理により，1 次式 $x - 2$ と $x + 3$ と $x - 4$ とは $P(x)$ の因数である． $x - 2$ と $x + 3$ と $x - 4$ とを因数とする 3 次式の一つは $(x - 2)(x + 3)(x - 4)$ ，展開して整理すると

$$(x - 2)(x + 3)(x - 4) = x^3 - 3x^2 - 10x + 24 .$$

例 次の条件を満たす x の 3 次式 $P(x)$ を一つ求める: $P(2) = 0$ かつ $P(-3) = 0$ かつ $P(4) = 0$. 結果は降冪の順に整理する. $P(2) = 0$ かつ $P(-3) = 0$ かつ $P(4) = 0$ なので, 因数定理により, 1 次式 $x - 2$ と $x + 3$ と $x - 4$ とは $P(x)$ の因数である. $x - 2$ と $x + 3$ と $x - 4$ とを因数とする 3 次式の一つは $(x - 2)(x + 3)(x - 4)$, 展開して整理すると

$$(x - 2)(x + 3)(x - 4) = x^3 - 3x^2 - 10x + 24 .$$

従って $P(2) = 0$ かつ $P(-3) = 0$ かつ $P(4) = 0$ となる 3 次式 $P(x)$ の一つは $x^3 - 3x^2 - 10x + 24$ である. **終**

問3.4.4 次の条件を満たす x の 3 次式 $P(x)$ を一つ求めよ： $P(2) = 0$ かつ $P(-3) = 0$ かつ $P(5) = 0$. 結果は降冪の順に整理せよ.

$P(2) = 0$ かつ $P(-3) = 0$ かつ $P(5) = 0$ なので, 因数定理により,
と と とは $P(x)$ の因数である. そのような 3 次式の一つは

従って $P(2) = 0$ かつ $P(-3) = 0$ かつ $P(4) = 0$ となる 3 次式 $P(x)$ の一つは
である. **終**

問3.4.4 次の条件を満たす x の 3 次式 $P(x)$ を一つ求めよ： $P(2) = 0$ かつ $P(-3) = 0$ かつ $P(5) = 0$. 結果は降冪の順に整理せよ.

$P(2) = 0$ かつ $P(-3) = 0$ かつ $P(5) = 0$ なので，因数定理により， $x - 2$ と $x + 3$ と $x - 5$ とは $P(x)$ の因数である．そのような 3 次式の一つは

$$(x - 2)(x + 3)(x - 5) = x^3 - 4x^2 - 11x + 30 .$$

従って $P(2) = 0$ かつ $P(-3) = 0$ かつ $P(4) = 0$ となる 3 次式 $P(x)$ の一つは $x^3 - 4x^2 - 11x + 30$ である.

終