6. 拡充

もう一つの微分積分の基本定理

実数 a が属す区間 I を定義域とする関数 f は連続であるとする．変数 x は区間 I に属す実数を表すとする．$f(x)$ の不定積分 $F(x) = \int f(x)\,dx$ がある．定理 **6.4.3** により

$$\frac{d}{dx}F(x) = \frac{d}{dx}\left\{\int f(x)\,dx\right\} = f(x) \ .$$

関数 f は連続なので a から x まで定積分可能である．**6.3** 節の微分積分の基本定理より，

$$\int_a^x f(t)\,dt = F(x) - F(a) \ .$$

これを微分すると

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\,dt = \frac{d}{dx}\{F(x) - F(a)\} = \frac{d}{dx}F(x) - \frac{d}{dx}F(a) = f(x) \ .$$

[定理] 実数 a が属す区間 I を定義域とする関数 f が連続であるならば，I において

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\,dt = f(x) \ .$$

[定理] 実数 a が属す区間 I を定義域とする関数 f が連続であるならば，I において

$$\frac{d}{dx}\int_a^x f(t)\,dt = f(x) \ .$$

この定理はここでは**6.3**節の微分積分の基本定理を用いて証明した．しかし，先にこの定理を証明して，この定理を用いて**6.3**節の微分積分の基本定理を証明するやり方もある．そのためこの定理も微分積分の基本定理といわれることがある．