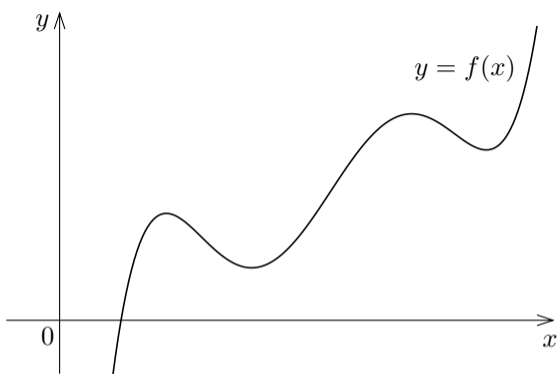
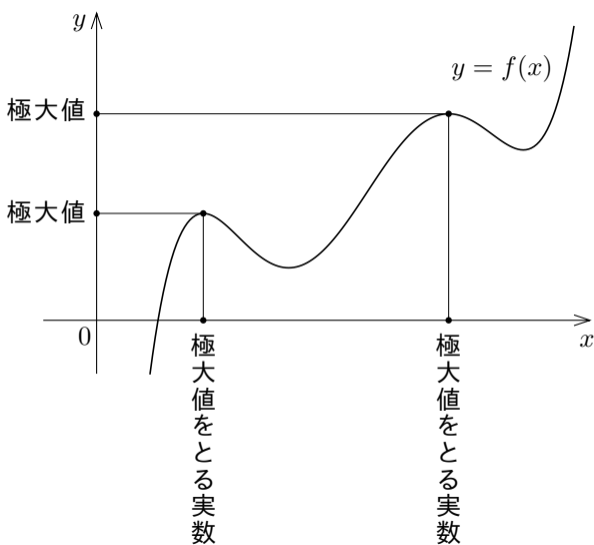


5.1 関数の極値

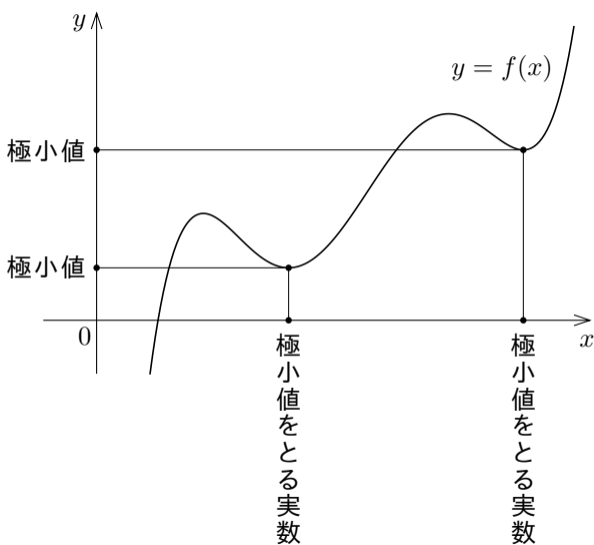
実数 p のすぐ近くの
各実数は関数 f の定義
域に属すとする.



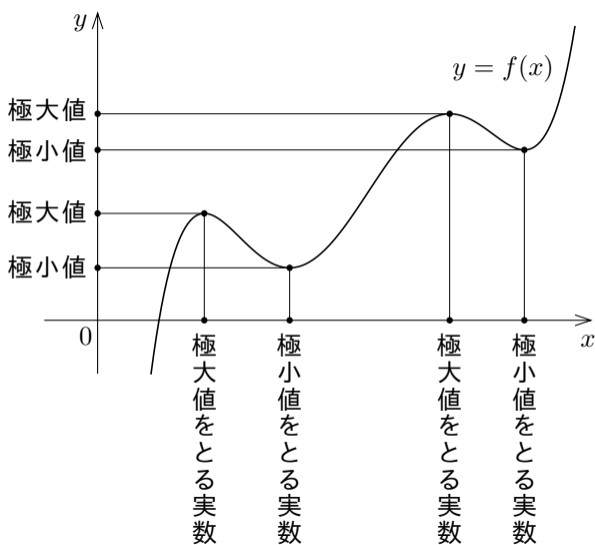
実数 p のすぐ近くの
各実数は関数 f の定義
域に属すとする. f が
 p において極大値をと
るといふのは, p のす
ぐ近くだけを見ると f
の値が p で最大になる
ことである.



実数 p のすぐ近くの各実数は関数 f の定義域に属すとする. f が p において極大値をとるといふのは, p のすぐ近くだけを見ると f の値が p で最大になることである. f が p において極小値をとるといふのは, p のすぐ近くだけを見ると f の値が p で最小になることである.



実数 p のすぐ近くの各実数は関数 f の定義域に属すとする. f が p において極大値をとるといふのは, p のすぐ近くだけを見ると f の値が p で最大になることである. f が p において極小値をとるといふのは, p のすぐ近くだけを見ると f の値が p で最小になることである.

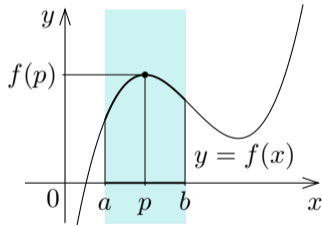


正確な定義を述べる.

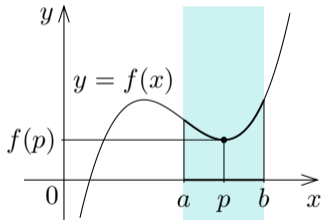
正確な定義を述べる. 関数 f 及び実数 p について, f が p において極大値をとるとは次の条件が成り立つことである: $a < p < b$ である実数 a, b を適切に選ぶと, $a < x < b$ である各実数 x について $f(p) \geq f(x)$.

正確な定義を述べる. 関数 f 及び実数 p について, f が p において極大値をとるとは次の条件が成り立つことである: $a < p < b$ である実数 a, b を適切に選ぶと, $a < x < b$ である各実数 x について $f(p) \geq f(x)$. f が p において極小値をとるとは次の条件が成り立つことである: $a < p < b$ である実数 a, b を適切に選ぶと, $a < x < b$ である各実数 x について $f(p) \leq f(x)$.

正確な定義を述べる. 関数 f 及び実数 p について, f が p において極大値をとるとは次の条件が成り立つことである: $a < p < b$ である実数 a, b を適切に選ぶと, $a < x < b$ である各実数 x について $f(p) \geq f(x)$. f が p において極小値をとるとは次の条件が成り立つことである: $a < p < b$ である実数 a, b を適切に選ぶと, $a < x < b$ である各実数 x について $f(p) \leq f(x)$.



f が p において極大値をとる.
水色の部分だけを考えると f は p において最大値をとる.



f が p において極小値をとる.
水色の部分だけを考えると f は p において最小値をとる.

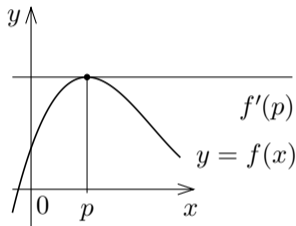
極大値と極小値を併せて極値という.

極大値と極小値を併せて極値という.

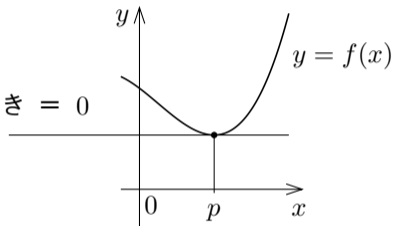
関数の最大値・最小値はあるとしても 1 つだけである. 関数の極大値・極小値は, 数多くあることがあるし, 一つもないこともある.

実数 p において微分可能である関数 f の微分係数 $f'(p)$ は f のグラフの点 $(p, f(p))$ における接線の傾きである.

実数 p において微分可能である関数 f の微分係数 $f'(p)$ は f のグラフの点 $(p, f(p))$ における接線の傾きである。関数のグラフにおいて、関数が極値をとるところで、接線は“水平”である、つまり接線の傾きは 0 である。

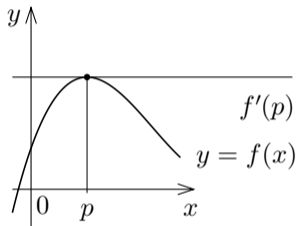


$$f'(p) = \text{接線の傾き} = 0$$

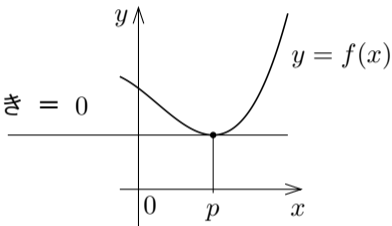


関数 f が実数 p において極値をとるときのグラフの状態

実数 p において微分可能である関数 f の微分係数 $f'(p)$ は f のグラフの点 $(p, f(p))$ における接線の傾きである．関数のグラフにおいて，関数が極値をとるところで，接線は“水平”である，つまり接線の傾きは 0 である．



$$f'(p) = \text{接線の傾き} = 0$$



関数 f が実数 p において極値をとるときのグラフの状態

このように考えると次の定理が分かる．

[定理 5.1] 関数 f が実数 p において微分可能であるとき， f が p において極値をとるならば $f'(p) = 0$ ．

例 実数全体を定義域とする関数 f を $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 20$ と定める．この関数 f には異なる 2 個の極値がある．その 2 個の極値を求める．

例 実数全体を定義域とする関数 f を $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 20$ と定める．この関数 f には異なる 2 個の極値がある．その 2 個の極値を求める．

$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 20$ より

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 .$$

例 実数全体を定義域とする関数 f を $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 20$ と定める．この関数 f には異なる 2 個の極値がある．その 2 個の極値を求める．

$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 20$ より

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 .$$

実数 p において f が極値をとるとすると、 $f'(p) = 0$ なので、
関数 f が実数 p において微分可能であるとき、 f が p において極値をとる
ならば $f'(p) = 0$.

例 実数全体を定義域とする関数 f を $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 20$ と定める．この関数 f には異なる 2 個の極値がある．その 2 個の極値を求める．

$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 20$ より

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 .$$

実数 p において f が極値をとるとすると， $f'(p) = 0$ なので，

$$3p^2 - 6p - 9 = 0 ,$$

$$3(p+1)(p-3) = 0 ,$$

$$p = 3 \text{ または } p = -1 .$$

例 実数全体を定義域とする関数 f を $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 20$ と定める. この関数 f には異なる 2 個の極値がある. その 2 個の極値を求める.

$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 20$ より

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 .$$

実数 p において f が極値をとるとすると, $f'(p) = 0$ なので,

$$3p^2 - 6p - 9 = 0 ,$$

$$3(p+1)(p-3) = 0 ,$$

$$p = 3 \text{ または } p = -1 .$$

関数 f には異なる 2 個の極値があるので, f は 3 と -1 とにおいて極値をとる.

例 実数全体を定義域とする関数 f を $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 20$ と定める．この関数 f には異なる 2 個の極値がある．その 2 個の極値を求める．

$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 20$ より

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 .$$

実数 p において f が極値をとるとすると， $f'(p) = 0$ なので，

$$3p^2 - 6p - 9 = 0 ,$$

$$3(p+1)(p-3) = 0 ,$$

$$p = 3 \text{ または } p = -1 .$$

関数 f には異なる 2 個の極値があるので， f は 3 と -1 において極値をとる． $f(-1) = 25$. $f(3) = -7$.

例 実数全体を定義域とする関数 f を $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 20$ と定める．この関数 f には異なる 2 個の極値がある．その 2 個の極値を求める．

$f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 20$ より

$$f'(x) = 3x^2 - 6x - 9 .$$

実数 p において f が極値をとるとすると， $f'(p) = 0$ なので，

$$3p^2 - 6p - 9 = 0 ,$$

$$3(p+1)(p-3) = 0 ,$$

$$p = 3 \text{ または } p = -1 .$$

関数 f には異なる 2 個の極値があるので， f は 3 と -1 とにおいて極値をとる． $f(-1) = 25$ ． $f(3) = -7$ ． 関数 f の極値は 25 と -7 との 2 個である．

終

問5.1 実数全体を定義域とする関数 f を $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x$ と定める. この関数 f には異なる2つの極値がある. その2個の極値を求めよ.

$f'(x) =$. 実数 p において f が極値をとるとすると, $f'(p) = 0$ なので, $= 0$, $(\quad)(\quad) = 0$, $p =$ または $p =$.

$f(\quad) =$ と $f(\quad) =$ 以外に f の極値は無い. f には異なる2個の極値があるので, 2個の極値は \quad と \quad とである.

問5.1 実数全体を定義域とする関数 f を $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x$ と定める. この関数 f には異なる 2 個の極値がある. その 2 個の極値を求めよ.

$f'(x) = 3x^2 - 4x - 4$. 実数 p において f が極値をとるとすると, $f'(p) = 0$ なので, $3p^2 - 4p - 4 = 0$, $(\quad)(\quad) = 0$, $p = \quad$ または $p = \quad$.

$f(\quad) = \quad$ と $f(\quad) = \quad$ 以外に f の極値は無い. f には異なる 2 個の極値があるので, 2 個の極値は \quad と \quad とである.

問5.1 実数全体を定義域とする関数 f を $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x$ と定める. この関数 f には異なる 2 個の極値がある. その 2 個の極値を求めよ.

$f'(x) = 3x^2 - 4x - 4$. 実数 p において f が極値をとるとすると, $f'(p) = 0$ なので, $3p^2 - 4p - 4 = 0$, $(3p+2)(p-2) = 0$, $p = 2$ または $p = -\frac{2}{3}$.

$f(2) = -8$ と $f\left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{40}{27}$ 以外に f の極値は無い. f には異なる 2 個の極値があるので, 2 個の極値は -8 と $\frac{40}{27}$ とである. **終**