

## 3.2 関数の定数倍・和・差の微分法

関数  $f(x)$  は微分可能であるとする.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} f(x) .$$

関数  $f(x)$  は微分可能であるとする.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} f(x) .$$

$x$  と無関係な定数  $k$  に対して, 関数  $kf(x)$  の導関数

$$\frac{d}{dx} \{kf(x)\} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta \{kf(x)\}}{\Delta x}$$

を考える.

$$\frac{d}{dx} \varphi(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi(x)}{\Delta x}$$

関数  $f(x)$  は微分可能であるとする.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} f(x) .$$

$x$  と無関係な定数  $k$  に対して, 関数  $kf(x)$  の導関数

$$\frac{d}{dx} \{kf(x)\} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta \{kf(x)\}}{\Delta x}$$

を考える. 変数  $x$  の増分  $\Delta x$  に対する  $f(x)$  の増分  $\Delta f(x)$  は

$$\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x) .$$

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) .$$

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) .$$

$x$  が  $x + \Delta x$  に変化するとき,  $kf(x)$  は  $kf(x + \Delta x)$  に変化する ( $k$  は定数なので変化しない) ので,

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) .$$

$x$  が  $x + \Delta x$  に変化するとき,  $kf(x)$  は  $kf(x + \Delta x)$  に変化する ( $k$  は定数なので変化しない) ので, その増分  $\Delta\{kf(x)\}$  は

$$\Delta\{kf(x)\} = kf(x + \Delta x) - kf(x)$$

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) .$$

$x$  が  $x + \Delta x$  に変化するとき,  $kf(x)$  は  $kf(x + \Delta x)$  に変化する ( $k$  は定数なので変化しない) ので, その増分  $\Delta\{kf(x)\}$  は

$$\Delta\{kf(x)\} = kf(x + \Delta x) - kf(x) = k\{f(x + \Delta x) - f(x)\} = k\Delta f(x) .$$

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) .$$

$x$  が  $x + \Delta x$  に変化するとき,  $kf(x)$  は  $kf(x + \Delta x)$  に変化する ( $k$  は定数なので変化しない) ので, その増分  $\Delta\{kf(x)\}$  は

$$\Delta\{kf(x)\} = kf(x + \Delta x) - kf(x) = k\{f(x + \Delta x) - f(x)\} = k\Delta f(x) .$$

よって

$$\frac{\Delta\{kf(x)\}}{\Delta x} = \frac{k\Delta f(x)}{\Delta x} = k \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} .$$

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) .$$

$x$  が  $x + \Delta x$  に変化するとき,  $kf(x)$  は  $kf(x + \Delta x)$  に変化する ( $k$  は定数なので変化しない) ので, その増分  $\Delta\{kf(x)\}$  は

$$\Delta\{kf(x)\} = kf(x + \Delta x) - kf(x) = k\{f(x + \Delta x) - f(x)\} = k\Delta f(x) .$$

よって

$$\frac{\Delta\{kf(x)\}}{\Delta x} = \frac{k\Delta f(x)}{\Delta x} = k \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} .$$

$\Delta x \rightarrow 0$  とする.

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) .$$

$x$  が  $x + \Delta x$  に変化するとき,  $kf(x)$  は  $kf(x + \Delta x)$  に変化する ( $k$  は定数なので変化しない) ので, その増分  $\Delta\{kf(x)\}$  は

$$\Delta\{kf(x)\} = kf(x + \Delta x) - kf(x) = k\{f(x + \Delta x) - f(x)\} = k\Delta f(x) .$$

よって

$$\frac{\Delta\{kf(x)\}}{\Delta x} = \frac{k\Delta f(x)}{\Delta x} = k \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} .$$

$\Delta x \rightarrow 0$  とする.  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} f(x)$  なので,

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) .$$

$x$  が  $x + \Delta x$  に変化するとき,  $kf(x)$  は  $kf(x + \Delta x)$  に変化する ( $k$  は定数なので変化しない) ので, その増分  $\Delta\{kf(x)\}$  は

$$\Delta\{kf(x)\} = kf(x + \Delta x) - kf(x) = k\{f(x + \Delta x) - f(x)\} = k\Delta f(x) .$$

よって

$$\frac{\Delta\{kf(x)\}}{\Delta x} = \frac{k\Delta f(x)}{\Delta x} = k \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} .$$

$\Delta x \rightarrow 0$  とする.  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} f(x)$  なので,

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta\{kf(x)\}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left\{ k \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} \right\} = k \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = k \frac{d}{dx} f(x) .$$

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) .$$

$x$  が  $x + \Delta x$  に変化するとき,  $kf(x)$  は  $kf(x + \Delta x)$  に変化する ( $k$  は定数なので変化しない) ので, その増分  $\Delta\{kf(x)\}$  は

$$\Delta\{kf(x)\} = kf(x + \Delta x) - kf(x) = k\{f(x + \Delta x) - f(x)\} = k\Delta f(x) .$$

よって

$$\frac{\Delta\{kf(x)\}}{\Delta x} = \frac{k\Delta f(x)}{\Delta x} = k \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} .$$

$\Delta x \rightarrow 0$  とする.  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} f(x)$  なので,

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta\{kf(x)\}}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left\{ k \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} \right\} = k \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = k \frac{d}{dx} f(x) .$$

$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta\{kf(x)\}}{\Delta x} = \frac{d}{dx} \{kf(x)\}$  なので

$$\frac{d}{dx} \{kf(x)\} = k \frac{d}{dx} f(x) .$$

こうして次の定理が導かれた.

[定理 3.2.1] 微分可能な関数  $f(x)$  及び変数  $x$  と無関係な定数  $k$  に対して, 関数  $kf(x)$  は微分可能であり,

$$\frac{d}{dx} \{kf(x)\} = k \frac{d}{dx} f(x) .$$

例 実数全体を定義域とする関数  $f$  を  $f(x) = \frac{\sin x}{2}$  と定める.  $f$  の導関数  $f'$  を求める.

$$f'(x) = \frac{d}{dx} f(x) = \frac{d}{dx} \frac{\sin x}{2} = \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{2} \sin x \right) = \frac{1}{2} \frac{d}{dx} \sin x$$

$$\text{定数 } k \text{ に対して } \frac{d}{dx} \{k f(x)\} = k \frac{d}{dx} f(x)$$

例 実数全体を定義域とする関数  $f$  を  $f(x) = \frac{\sin x}{2}$  と定める.  $f$  の導関数  $f'$  を求める.

例 実数全体を定義域とする関数  $f$  を  $f(x) = \frac{\sin x}{2}$  と定める.  $f$  の導関数  $f'$  を求める.

$$f'(x) = \frac{d}{dx} f(x) = \frac{d}{dx} \frac{\sin x}{2} = \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{2} \sin x \right)$$

例 実数全体を定義域とする関数  $f$  を  $f(x) = \frac{\sin x}{2}$  と定める.  $f$  の導関数  $f'$  を求める.

$$f'(x) = \frac{d}{dx} f(x) = \frac{d}{dx} \frac{\sin x}{2} = \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{2} \sin x \right) = \frac{1}{2} \frac{d}{dx} \sin x = \frac{1}{2} \cos x = \frac{\cos x}{2} . \quad \boxed{\text{終}}$$
$$\frac{d}{dx} \sin x = \cos x$$

**問3.2.1** 区間  $(0, \infty)$  を定義域とする関数  $g$  を  $g(x) = \frac{5 \ln x}{3}$  と定める.  $g$  の導関数  $g'$  を求めよ.

$$g'(x) = \frac{d}{dx} g(x) = \frac{d}{dx} \frac{5 \ln x}{3} =$$

**問3.2.1** 区間  $(0, \infty)$  を定義域とする関数  $g$  を  $g(x) = \frac{5 \ln x}{3}$  と定める.  $g$  の導関数  $g'$  を求めよ.

$$\begin{aligned} g'(x) &= \frac{d}{dx} g(x) = \frac{d}{dx} \frac{5 \ln x}{3} = \frac{5}{3} \frac{d}{dx} \ln x = \frac{5}{3} \frac{1}{x} \\ &= \frac{5}{3x} . \end{aligned}$$

終

関数  $f(x)$  と  $g(x)$  とは微分可能であるとする.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} f(x) , \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta g(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} g(x) .$$

関数  $f(x)$  と  $g(x)$  とは微分可能であるとする.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} f(x) , \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta g(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} g(x) .$$

関数  $f(x) + g(x)$  の導関数

$$\frac{d}{dx} \{f(x) + g(x)\} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta \{f(x) + g(x)\}}{\Delta x}$$

を考える.

$$\frac{d}{dx} \varphi(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi(x)}{\Delta x}$$

関数  $f(x)$  と  $g(x)$  とは微分可能であるとする.

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} f(x) , \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta g(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} g(x) .$$

関数  $f(x) + g(x)$  の導関数

$$\frac{d}{dx} \{f(x) + g(x)\} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta \{f(x) + g(x)\}}{\Delta x}$$

を考える. 変数  $x$  の増分  $\Delta x$  に対して,  $f(x)$  の増分  $\Delta f(x)$  及び  $g(x)$  の増分  $\Delta g(x)$  は

$$\Delta f(x) = f(x + \Delta x) - f(x) , \quad \Delta g(x) = g(x + \Delta x) - g(x) .$$

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) \ , \quad g(x + \Delta x) - g(x) = \Delta g(x) \ .$$

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) , \quad g(x + \Delta x) - g(x) = \Delta g(x) .$$

$x$  が  $x + \Delta x$  に変化するとき,  $f(x) + g(x)$  は  $f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x)$  に変化するので,

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) , \quad g(x + \Delta x) - g(x) = \Delta g(x) .$$

$x$  が  $x + \Delta x$  に変化するとき,  $f(x) + g(x)$  は  $f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x)$  に変化するので, その増分  $\Delta\{f(x) + g(x)\}$  は

$$\Delta\{f(x) + g(x)\} = f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x) - \{f(x) + g(x)\}$$

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) \quad , \quad g(x + \Delta x) - g(x) = \Delta g(x) \quad .$$

$x$  が  $x + \Delta x$  に変化するとき、 $f(x) + g(x)$  は  $f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x)$  に変化するので、その増分  $\Delta\{f(x) + g(x)\}$  は

$$\begin{aligned} \Delta\{f(x) + g(x)\} &= f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x) - \{f(x) + g(x)\} \\ &= f(x + \Delta x) - f(x) + g(x + \Delta x) - g(x) \end{aligned}$$

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) , \quad g(x + \Delta x) - g(x) = \Delta g(x) .$$

$x$  が  $x + \Delta x$  に変化するとき,  $f(x) + g(x)$  は  $f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x)$  に変化するので, その増分  $\Delta\{f(x) + g(x)\}$  は

$$\begin{aligned}\Delta\{f(x) + g(x)\} &= f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x) - \{f(x) + g(x)\} \\ &= f(x + \Delta x) - f(x) + g(x + \Delta x) - g(x) \\ &= \Delta f(x) + \Delta g(x) .\end{aligned}$$

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) , \quad g(x + \Delta x) - g(x) = \Delta g(x) .$$

$x$  が  $x + \Delta x$  に変化するとき,  $f(x) + g(x)$  は  $f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x)$  に変化するので, その増分  $\Delta\{f(x) + g(x)\}$  は

$$\begin{aligned}\Delta\{f(x) + g(x)\} &= f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x) - \{f(x) + g(x)\} \\ &= f(x + \Delta x) - f(x) + g(x + \Delta x) - g(x) \\ &= \Delta f(x) + \Delta g(x) .\end{aligned}$$

よって

$$\frac{\Delta\{f(x) + g(x)\}}{\Delta x} = \frac{\Delta f(x) + \Delta g(x)}{\Delta x} = \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} + \frac{\Delta g(x)}{\Delta x} .$$

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) , \quad g(x + \Delta x) - g(x) = \Delta g(x) .$$

$x$  が  $x + \Delta x$  に変化するとき,  $f(x) + g(x)$  は  $f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x)$  に変化するので, その増分  $\Delta\{f(x) + g(x)\}$  は

$$\begin{aligned}\Delta\{f(x) + g(x)\} &= f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x) - \{f(x) + g(x)\} \\ &= f(x + \Delta x) - f(x) + g(x + \Delta x) - g(x) \\ &= \Delta f(x) + \Delta g(x) .\end{aligned}$$

よって

$$\frac{\Delta\{f(x) + g(x)\}}{\Delta x} = \frac{\Delta f(x) + \Delta g(x)}{\Delta x} = \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} + \frac{\Delta g(x)}{\Delta x} .$$

$\Delta x \rightarrow 0$  とする.

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) , \quad g(x + \Delta x) - g(x) = \Delta g(x) .$$

$x$  が  $x + \Delta x$  に変化するとき,  $f(x) + g(x)$  は  $f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x)$  に変化するので, その増分  $\Delta\{f(x) + g(x)\}$  は

$$\begin{aligned}\Delta\{f(x) + g(x)\} &= f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x) - \{f(x) + g(x)\} \\ &= f(x + \Delta x) - f(x) + g(x + \Delta x) - g(x) \\ &= \Delta f(x) + \Delta g(x) .\end{aligned}$$

よって

$$\frac{\Delta\{f(x) + g(x)\}}{\Delta x} = \frac{\Delta f(x) + \Delta g(x)}{\Delta x} = \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} + \frac{\Delta g(x)}{\Delta x} .$$

$\Delta x \rightarrow 0$  とする.  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} f(x)$  ,  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta g(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} g(x)$  なので,

$$f(x + \Delta x) - f(x) = \Delta f(x) , \quad g(x + \Delta x) - g(x) = \Delta g(x) .$$

$x$  が  $x + \Delta x$  に変化するとき,  $f(x) + g(x)$  は  $f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x)$  に変化するので, その増分  $\Delta\{f(x) + g(x)\}$  は

$$\begin{aligned}\Delta\{f(x) + g(x)\} &= f(x + \Delta x) + g(x + \Delta x) - \{f(x) + g(x)\} \\ &= f(x + \Delta x) - f(x) + g(x + \Delta x) - g(x) \\ &= \Delta f(x) + \Delta g(x) .\end{aligned}$$

よって

$$\frac{\Delta\{f(x) + g(x)\}}{\Delta x} = \frac{\Delta f(x) + \Delta g(x)}{\Delta x} = \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} + \frac{\Delta g(x)}{\Delta x} .$$

$\Delta x \rightarrow 0$  とする.  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} f(x)$  ,  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta g(x)}{\Delta x} = \frac{d}{dx} g(x)$  なので,

$$\begin{aligned}\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta\{f(x) + g(x)\}}{\Delta x} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left\{ \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} + \frac{\Delta g(x)}{\Delta x} \right\} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x} + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta g(x)}{\Delta x} \\ &= \frac{d}{dx} f(x) + \frac{d}{dx} g(x) .\end{aligned}$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta\{f(x) + g(x)\}}{\Delta x} = \frac{d}{dx} f(x) + \frac{d}{dx} g(x) .$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta\{f(x) + g(x)\}}{\Delta x} = \frac{d}{dx} f(x) + \frac{d}{dx} g(x) .$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta\{f(x) + g(x)\}}{\Delta x} = \frac{d}{dx} \{f(x) + g(x)\} \quad \text{なので}$$

$$\frac{d}{dx} \{f(x) + g(x)\} = \frac{d}{dx} f(x) + \frac{d}{dx} g(x) .$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta\{f(x) + g(x)\}}{\Delta x} = \frac{d}{dx} f(x) + \frac{d}{dx} g(x) .$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta\{f(x) + g(x)\}}{\Delta x} = \frac{d}{dx} \{f(x) + g(x)\} \quad \text{なので}$$

$$\frac{d}{dx} \{f(x) + g(x)\} = \frac{d}{dx} f(x) + \frac{d}{dx} g(x) .$$

同様に  $\frac{d}{dx} \{f(x) - g(x)\}$  を計算すると

$$\frac{d}{dx} \{f(x) - g(x)\} = \frac{d}{dx} f(x) - \frac{d}{dx} g(x) .$$

こうして次の定理が導かれた.

[定理 3.2.2] 微分可能な関数  $f(x)$  と  $g(x)$  とに対して, 関数  $f(x) + g(x)$  と  $f(x) - g(x)$  とは微分可能であり,

$$\frac{d}{dx} \{f(x) \pm g(x)\} = \frac{d}{dx} f(x) \pm \frac{d}{dx} g(x) \quad (\text{複号同順}) .$$

**例** 変数  $x$  の関数  $y = x^3 + \ln x$  を微分する.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^3 + \ln x)$$

**例** 変数  $x$  の関数  $y = x^3 + \ln x$  を微分する.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^3 + \ln x) = \frac{d}{dx}x^3 + \frac{d}{dx}\ln x$$

$$\frac{d}{dx}\{f(x) + g(x)\} = \frac{d}{dx}f(x) + \frac{d}{dx}g(x)$$

例 変数  $x$  の関数  $y = x^3 + \ln x$  を微分する.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^3 + \ln x) = \frac{d}{dx}x^3 + \frac{d}{dx}\ln x = 3x^2 + \frac{1}{x}.$$

$$\frac{d}{dx}x^3 = 3x^2 \quad \frac{d}{dx}\ln x = \frac{1}{x}$$

終

**問3.2.2** 変数  $x$  の関数  $y = x^2 + \cos x$  を微分せよ.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^2 + \cos x) =$$

問3.2.2 変数  $x$  の関数  $y = x^2 + \cos x$  を微分せよ.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{d}{dx}(x^2 + \cos x) = \frac{d}{dx}x^2 + \frac{d}{dx}\cos x = 2x - \sin x .$$

終

例 変数の  $u$  の関数  $3u^2 - 5u + 7$  を微分する.

例 変数の  $u$  の関数  $3u^2 - 5u + 7$  を微分する.

$$\begin{aligned}\frac{d}{du}(3u^2 - 5u + 7) &= \frac{d}{du}(3u^2) - \frac{d}{du}(5u) + \frac{d}{du}7 \\ &= 3\frac{d}{du}u^2 - 5\frac{d}{du}u + 0 = 3 \cdot 2u - 5 \cdot 1 \\ &= 6u - 5 .\end{aligned}$$

終

問3.2.3 変数  $y$  の関数  $2y^3 - 7y + 4$  を微分せよ.

$$\frac{d}{dy} (2y^3 - 7y + 4) =$$

問3.2.3 変数  $y$  の関数  $2y^3 - 7y + 4$  を微分せよ.

$$\begin{aligned}\frac{d}{dy}(2y^3 - 7y + 4) &= \frac{d}{dy}(2y^3) - \frac{d}{dy}(7y) + \frac{d}{dy}4 \\ &= 2\frac{d}{dy}y^3 - 7\frac{d}{dy}y + \frac{d}{dy}4 = 2 \cdot 3y^2 - 7 \\ &= 6y^2 - 7 .\end{aligned}$$

終

例 実数全体を定義域とする関数  $\psi$  を  $\psi(x) = \frac{x^3 + 5 \cos x}{4}$  と定める. 関数  $\psi$  の導関数  $\psi'$  を求める.

**例** 実数全体を定義域とする関数  $\psi$  を  $\psi(x) = \frac{x^3 + 5 \cos x}{4}$  と定める. 関数  $\psi$  の導関数  $\psi'$  を求める.

$$\psi'(x) = \frac{d}{dx} \psi(x) = \frac{d}{dx} \frac{x^3 + 5 \cos x}{4}$$

**例** 実数全体を定義域とする関数  $\psi$  を  $\psi(x) = \frac{x^3 + 5 \cos x}{4}$  と定める. 関数  $\psi$  の導関数  $\psi'$  を求める.

$$\begin{aligned}\psi'(x) &= \frac{d}{dx} \psi(x) = \frac{d}{dx} \frac{x^3 + 5 \cos x}{4} = \frac{1}{4} \frac{d}{dx} (x^3 + 5 \cos x) \\ &= \frac{1}{4} \left( \frac{d}{dx} x^3 + 5 \frac{d}{dx} \cos x \right) = \frac{1}{4} \{3x^2 + 5(-\sin x)\} \\ &= \frac{3x^2 - 5 \sin x}{4} .\end{aligned}$$

**終**

**問3.2.4** 実数全体を定義域とする関数  $\varphi$  を  $\varphi(x) = \frac{4 \sin x - 3x^2}{5}$  と定める.

関数  $\varphi$  の導関数  $\varphi'$  を求めよ.

$$\varphi'(x) = \frac{d}{dx} \varphi(x) = \frac{d}{dx} \frac{4 \sin x - 3x^2}{5} =$$

**問3.2.4** 実数全体を定義域とする関数  $\varphi$  を  $\varphi(x) = \frac{4 \sin x - 3x^2}{5}$  と定める.

関数  $\varphi$  の導関数  $\varphi'$  を求めよ.

$$\begin{aligned}\varphi'(x) &= \frac{d}{dx} \varphi(x) = \frac{d}{dx} \frac{4 \sin x - 3x^2}{5} = \frac{1}{5} \frac{d}{dx} (4 \sin x - 3x^2) \\ &= \frac{1}{5} \left( 4 \frac{d}{dx} \sin x - 3 \frac{d}{dx} x^2 \right) = \frac{1}{5} (4 \cos x - 3 \cdot 2x) \\ &= \frac{4 \cos x - 6x}{5} .\end{aligned}$$

終