

2.1 関数の極限

例 2 以外の実数の全体を定義域とする関数 ψ を次のように定める：

$$\psi(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x - 2} \quad (x \neq 2) .$$

例 2 以外の実数の全体を定義域とする関数 ψ を次のように定める：

$$\psi(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x - 2} \quad (x \neq 2)$$
 . 2 以外の任意の実数 x に対して $\psi(x)$ の値があるので、 $x \neq 2$ として x の値を 2 に近づけていくときの $\psi(x)$ の値を考えることができる.

例 2 以外の実数の全体を定義域とする関数 ψ を次のように定める：

$$\psi(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x - 2} \quad (x \neq 2) .$$

2 以外の任意の実数 x に対して $\psi(x)$ の値があるので、 $x \neq 2$ として x の値を 2 に近づけていくときの $\psi(x)$ の値を考えることができる。 x の値を 2 より大きい範囲で 2 に近づけていく：

例 2 以外の実数の全体を定義域とする関数 ψ を次のように定める：

$\psi(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$ ($x \neq 2$) . 2 以外の任意の実数 x に対して $\psi(x)$ の値があるので、 $x \neq 2$ として x の値を 2 に近づけていくときの $\psi(x)$ の値を考えることができる。 x の値を 2 より大きい範囲で 2 に近づけていく：

$$x = 2.1 \text{ のとき } \psi(x) = \frac{2.1^2 + 2.1 - 6}{2.1 - 2} = 5.1 ,$$

$$x = 2.001 \text{ のとき } \psi(x) = \frac{2.001^2 + 2.001 - 6}{2.001 - 2} = 5.001 ,$$

$$x = 2.00001 \text{ のとき } \psi(x) = \frac{2.00001^2 + 2.00001 - 6}{2.00001 - 2} = 5.00001 ,$$

⋮ .

例 2 以外の実数の全体を定義域とする関数 ψ を次のように定める：

$\psi(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$ ($x \neq 2$) . 2 以外の任意の実数 x に対して $\psi(x)$ の値があるので、 $x \neq 2$ として x の値を 2 に近づけていくときの $\psi(x)$ の値を考えることができる. x の値を 2 より大きい範囲で 2 に近づけていく：

$$x = 2.1 \text{ のとき } \psi(x) = \frac{2.1^2 + 2.1 - 6}{2.1 - 2} = 5.1 ,$$

$$x = 2.001 \text{ のとき } \psi(x) = \frac{2.001^2 + 2.001 - 6}{2.001 - 2} = 5.001 ,$$

$$x = 2.00001 \text{ のとき } \psi(x) = \frac{2.00001^2 + 2.00001 - 6}{2.00001 - 2} = 5.00001 ,$$

⋮ .

このように、変数 x の値を 2 より大きい範囲で 2 に近づけていくと、 $\psi(x)$ の値は 5 に近づいていく.

例 2 以外の実数の全体を定義域とする関数 ψ を次のように定める：

$$\psi(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x - 2} \quad (x \neq 2)$$
 . 2 以外の任意の実数 x に対して $\psi(x)$ の値があるので、 $x \neq 2$ として x の値を 2 に近づけていくときの $\psi(x)$ の値を考えることができる。 x の値を 2 より小さい範囲で 2 に近づけていく：

例 2 以外の実数の全体を定義域とする関数 ψ を次のように定める：

$\psi(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$ ($x \neq 2$) . 2 以外の任意の実数 x に対して $\psi(x)$ の値があるので、 $x \neq 2$ として x の値を 2 に近づけていくときの $\psi(x)$ の値を考えることができる。 x の値を 2 より小さい範囲で 2 に近づけていく：

$$x = 1.9 \text{ のとき } \psi(x) = \frac{1.9^2 + 1.9 - 6}{1.9 - 2} = 4.9 ,$$

$$x = 1.999 \text{ のとき } \psi(x) = \frac{1.999^2 + 1.999 - 6}{1.999 - 2} = 4.999 ,$$

$$x = 1.99999 \text{ のとき } \psi(x) = \frac{1.99999^2 + 1.99999 - 6}{1.99999 - 2} = 4.99999 ,$$

⋮ .

例 2 以外の実数の全体を定義域とする関数 ψ を次のように定める：

$\psi(x) = \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$ ($x \neq 2$) . 2 以外の任意の実数 x に対して $\psi(x)$ の値があるので、 $x \neq 2$ として x の値を 2 に近づけていくときの $\psi(x)$ の値を考えることができる。 x の値を 2 より小さい範囲で 2 に近づけていく：

$$x = 1.9 \text{ のとき } \psi(x) = \frac{1.9^2 + 1.9 - 6}{1.9 - 2} = 4.9 ,$$

$$x = 1.999 \text{ のとき } \psi(x) = \frac{1.999^2 + 1.999 - 6}{1.999 - 2} = 4.999 ,$$

$$x = 1.99999 \text{ のとき } \psi(x) = \frac{1.99999^2 + 1.99999 - 6}{1.99999 - 2} = 4.99999 ,$$

⋮ .

このように、変数 x の値を 2 より小さい範囲で 2 に近づけていくと、 $\psi(x)$ の値は 5 に近づいていく。

このように、変数 x の値を 2 に限りなく近づけていくと $\psi(x)$ の値が 5 に限りなく近づいていくとき、変数 x の値を 2 に限りなく近づけるとき $\psi(x)$ は 5 に収束する、または、 $x \rightarrow 2$ のとき $\psi(x)$ は 5 に収束するといひ、5 を $\psi(x)$ の極限（値）という；この極限（値）を $\lim_{x \rightarrow 2} \psi(x)$ と書き表す：

$$\lim_{x \rightarrow 2} \psi(x) = 5 .$$

終

[定義] 関数 f 及び定数 a について, a を除く f の定義域の中で a に限りなく近づくことができ,

a を除く f の定義域の実数を表す変数 x の値を a に限りなく近づけると

f の値 $f(x)$ が唯一つの定数 c に限りなく近づく

とき, x の値を a に限りなく近づけると $f(x)$ は c に収束する, または,

$x \rightarrow a$ のとき $f(x)$ は c に収束するといひ, 次のように書き表す:

$$x \rightarrow a \text{ のとき } f(x) \rightarrow c .$$

$x \rightarrow a$ のとき $f(x)$ が定数 c に収束するとき, c を $f(x)$ の極限 (値) といひ,

$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ と書き表す: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = c$.

関数 f の独立変数 x 及び定数 a について、 $x \rightarrow a$ のとき、変数 x の値は f の定義域に属す a 以外の実数なので、 $x \neq a$ である.

関数 f の独立変数 x 及び定数 a について, $x \rightarrow a$ のとき, 変数 x の値は f の定義域に属す a 以外の実数なので, $x \neq a$ である.

関数の独立変数 x 及び定数 a について, $x \rightarrow a$ のとき $x \neq a$.

関数 f の独立変数 x 及び定数 a について、 $x \rightarrow a$ のとき、変数 x の値は f の定義域に属す a 以外の実数なので、 $x \neq a$ である。

関数の独立変数 x 及び定数 a について、 $x \rightarrow a$ のとき $x \neq a$.

更に、 $x \rightarrow a$ のとき、 x の値を a に限りなく近づけていくときの状況を考えるので、 x の値は a から一定距離離れた実数でないとする。

関数 f 及び定数 a について, $x \rightarrow a$ のとき $f(x)$ がどんな定数にも収束しないとき, $x \rightarrow a$ のとき $f(x)$ は発散するという.

関数 f 及び定数 a について, $x \rightarrow a$ のとき $f(x)$ がどんな定数にも収束しないとき, $x \rightarrow a$ のとき $f(x)$ は発散するという. つまり次のようになる:

収束する = 唯一つの実数に限りなく近づく = 極限值がある ;

発散する = 収束しない = 極限值がない .

関数 f 及び定数 a について, $x \rightarrow a$ のとき $f(x)$ がどんな定数にも収束しないとき, $x \rightarrow a$ のとき $f(x)$ は発散するという. つまり次のようになる:

収束する = 唯一つの実数に限りなく近づく = 極限值がある ;

発散する = 収束しない = 極限值がない .

$x \rightarrow a$ のとき $f(x)$ が発散するとき, 極限を表す式 $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ の値は無い.