

8.1

不等式が表す図形

座標平面における点の集合を座標平面における点集合という．変数 x と y に関する不等式を満たす x の値と y の値との対 (x, y) を座標平面の点と考えると，そのような点の全体をその不等式が表す点集合という．不等式が表す点集合を図形と考えるときは，不等式が表す図形という．

例 変数 x と y に関する不等式 $y \geq 2x + 1$ が表す図形とは， xy 座標平面の中で $y \geq 2x + 1$ となる x の値と y の値との対 (x, y) の全体

$$\{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid y \geq 2x + 1 \}$$

である．つまり，不等式 $y \geq 2x + 1$ が表す図形は次のような座標平面 $\mathbf{R}^2$ における点集合 F である：

座標平面の各点 (x, y) について $(x, y) \in F \iff y \geq 2x + 1$.

終

不等式が表す図形は広がりがある図形になることが多い：このような図形を領域という．

例 xy 座標平面において不等式 $4x < y^2$ が表す図形を D とおく：

$$D = \{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid 4x < y^2 \} .$$

このとき，

座標平面の各点 (x, y) について $(x, y) \in D \Leftrightarrow 4x < y^2$.

xy 座標平面の 5 個の点 $(0, -1), (1, 2), (-1, 0), (2, -2), (-2, 1)$ のうち，図形 D に属すものを全て挙げる．実数 x, y について，

$(x, y) = (0, -1)$ のとき $4x = 0, y^2 = 1$ より $4x < y^2$ なので $(0, -1) \in D$,

$(x, y) = (1, 2)$ のとき $4x = 4, y^2 = 4$ より $4x \not< y^2$ なので $(1, 2) \notin D$,

$(x, y) = (-1, 0)$ のとき $4x = -4, y^2 = 0$ より $4x < y^2$ なので $(-1, 0) \in D$,

$(x, y) = (2, -2)$ のとき $4x = 8, y^2 = 4$ より $4x \not< y^2$ なので $(2, -2) \notin D$,

$(x, y) = (-2, 1)$ のとき $4x = -8, y^2 = 1$ より $4x < y^2$ なので $(-2, 1) \in D$.

領域 D に属す点は $(0, -1)$ と $(-1, 0)$ と $(-2, 1)$ とである.

終

問8.1 xy 座標平面において不等式 $5x+3 < y^3$ が表す図形を E とおく：

$$E = \{ (x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid 5x+3 < y^3 \} .$$

xy 座標平面の 5 個の点 $(0,1), (1,-2), (-1,0), (2,-1), (-2,2)$ のうち、図形 E に属すものを全て挙げよ.

座標平面において不等式が表す図形は，多くの場合，曲線（直線を含む）を境とする広がりがある図形になる．このような図形を領域という．そして，領域の境の曲線，つまり領域の縁になる曲線を，その領域の境界という．